

DERS NOTU 06

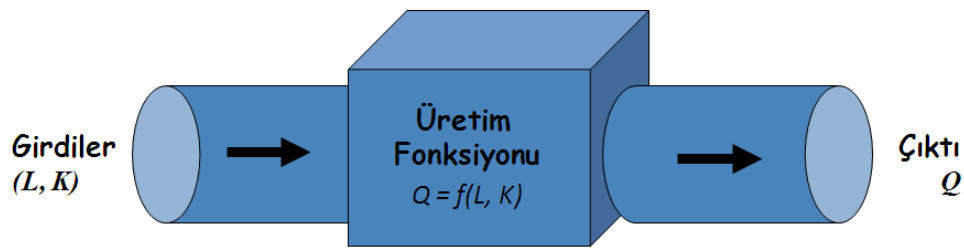
ÜRETİCİ TEORİSİ

Bugünkü dersin işleniş planı:

1. Kârını Maksimize Eden Firma Davranışı	1
2. Üretim Fonksiyonu	5
A. Eşürün Paftası Üzerinde Kısa ve Uzun Dönem Gösterim	11
B. Ölçeğe Göre Sabit, Artan ve Azalan Getiri	14
C. Marjinal Ürün ve Ortalama Ürün	18
D. Kısa Dönemde Üretimin Aşamaları	22
3. Eşmaliyet Eğrisi (veya Eşmaliyet Doğrusu)	27
4. Maliyeti Minimize Eden Denge Koşulu (Üretici Dengesi)	31
EK 1. Cobb-Douglas Üretim Fonksiyonu	34
EK 2. Eşürün Eğrileri için Özel Durumlar	36
EK 3. Tüketici ve Üretici Teorisi Benzerlikleri	39

1. Kârını Maksimize Eden Firma Davranışı

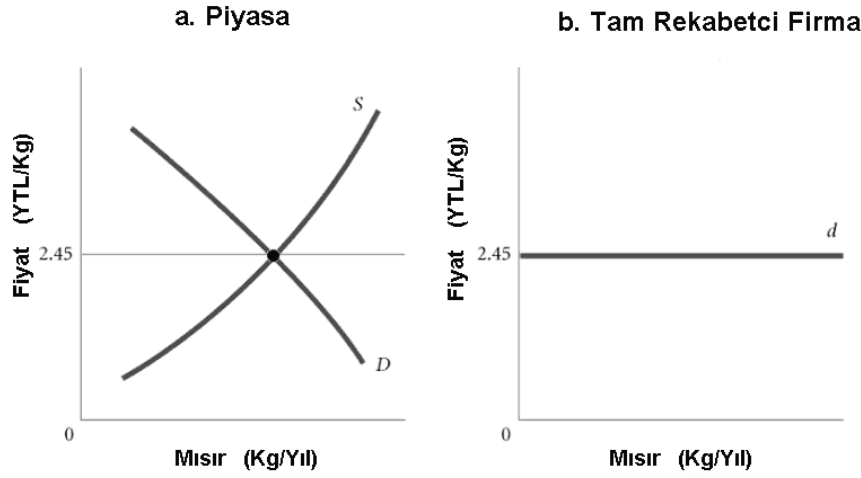
Üretim Girdilerin birleştirilip, dönüştürülerek çıktı haline getirildiği süreç.



Tam Rekabet Aşağıdaki koşulları sağlayan piyasa yapısıdır:

- ❖ Birçok firma vardır,
- ❖ Firmalar piyasaya göre küçüktürler,
- ❖ Bütün firmalar aynı ürünleri üretmektedirler,
- ❖ Hiçbir firma piyasa fiyatını etkileyebilecek kadar büyük değildir,
- ❖ Piyasaya yeni rakip firmalar serbestçe girip çıkabilmektedirler.

Homojen (türdeş) Ürünler Farklılaşmamış ürünlerdir. Birbirinden farklı olmayan aynı ürünlere homojen ürünler denir.



Şekil 1 Tam Rekabet Piyasasında Tek Bir Firmanın Malına Olan Talep

Kâr (ekonomik kâr) Toplam gelir ile toplam maliyet arasındaki fark.

$$\text{Ekonomik Kâr } (\pi) = \text{Toplam Gelir (TR)} - \text{Toplam Maliyet (TC)}$$

Yukarıda:

Toplam Gelir Bir malın satışından elde edilen gelir ($q \times P$).

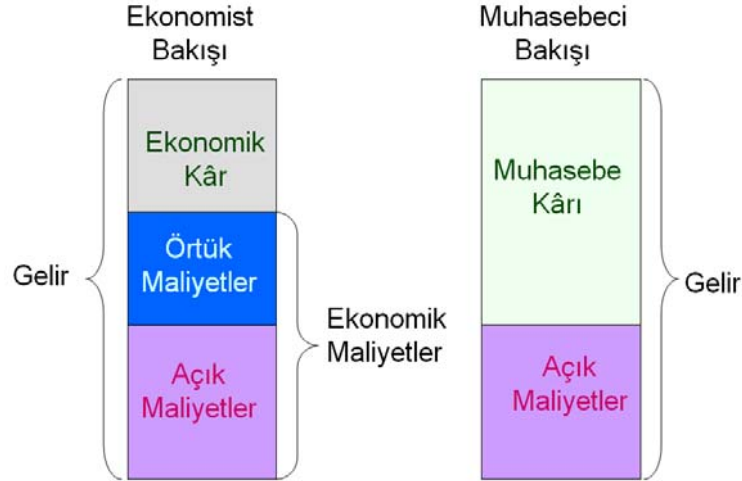
Toplam Maliyet (Toplam Ekonomik Maliyet) Aşağıdaki kalemlerin toplamıdır:

- (1) Muhasebe maliyeti,
- (2) Sermayenin normal getiri oranı, ve
- (3) Üretime giren her bir üretim faktörünün fırsat maliyeti.

- Bundan sonra “kâr” kelimesi hep “**ekonomik kâr**” anlamında kullanılacaktır.

➤ Dolayısıyla, ne zaman $kar = \text{toplam gelir} - \text{toplam maliyet}$ dersek, bu ifade aşağıdaki şekilde anlaşılmalıdır:

$$\text{Ekonomik kâr} = \text{toplam gelir} - \text{toplam ekonomik maliyet}$$



Normal Getiri Oranı Sermaye sahiplerini ve yatırımcılarını tatmin etmeye yetecek olan *en düşük sermaye getiri oranı* (Sermayenin fırsat maliyeti).

- Sermayenin normal getiri oranı; herhangi bir risk içermeyen devlet tahvili veya mevduat faiz oranı civarındadır.

Tablo 1 Toplam Gelir, Toplam Maliyet ve Kâr'ın Hesaplanması

İLK YATIRIM MİKTARI:	20.000 YTL
PİYASA FAİZ ORANI:	% 10 (VEYA 0,10)
Toplam Gelir (3.000x10 YTL)	30.000 (YTL)
<i>Maliyetler</i>	
Arzediciden alınan ürünler	15.000 (YTL)
Emek maliyeti	14.000 (YTL)
Sermayenin Normal Getirisi/Fırsat Maliyeti (20.000 YTL x 0,10)	2.000 (YTL)
Toplam Maliyet	31.000 (YTL)
Kâr= toplam gelir - toplam maliyet	-1.000 (YTL)

Kısa dönem Aşağıdaki iki koşulun sağlandığı zaman dönemi:

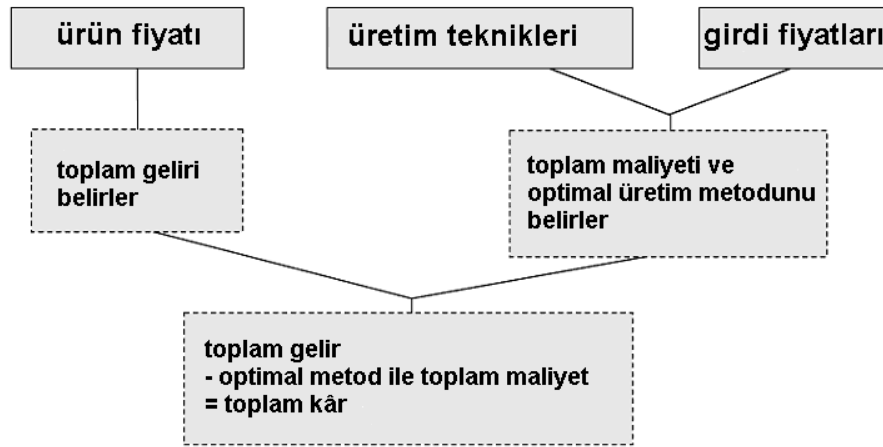
- (1) Firma sabit bir üretim ölçeğinde çalışmaktadır, en azından bir üretim faktörü sabittir (Marshallcı kısa dönem tanımında, sermaye kullanımı sabittir, firma sermaye kullanımını değiştirememektedir)
- (2) Firmalar piyasaya ne giriş ne de piyasadan çıkış yapamamaktadırlar.

Uzun dönem Firma için sabit (değiştirilemez) üretim faktörünün olmadığı zaman dönemi.

- Firmalar üretim ölçeğini rahatlıkla azaltıp, arttırabilir ve piyasaya rahatlıkla giriş-çıkış yapabilirler.

- Firma Kararının Belirleyicileri

1. Üretilen çıktının piyasa fiyatı
2. Mevcut üretim teknikleri
3. Girdi fiyatları



Şekil 2 Optimal Üretim Metodunun Belirlenmesi

Üretimin optimal metodu Maliyeti minimize eden üretim metodu.

Üretim teknolojisi Girdiler ve çıktılar arasındaki sayısal (niceliksel) ilişki.

Tablo 2 100 Adet Pantolon Üretmek için İhtiyaç Duyulan Girdiler (Alternatif Teknolojiler)

Teknoloji	Sermaye (K) (Birim)	Emek (L) (Birim)
A	2	10
B	3	6
C	4	4
D	6	3
E	10	2

Emek-Yoğun Teknoloji Sermaye yerine daha çok emek kullanımına dayanan teknoloji.

- Yukarıda, *A* en emek-yoğun teknolojidir.

Sermaye-Yoğun Teknoloji Emek yerine daha çok sermaye kullanımına dayanan teknoloji.

- Yukarıda, *E* en sermaye-yoğun teknolojidir.

Tablo 3 Alternatif Teknolojiler Arasından Maliyet-Minimize Eden Seçim (100 Adet Pantolon Üretimi)

(1) Teknoloji	(2) Sermaye Birimi (K)	(3) Emek Birimi (L)	(4)	(5)
			Maliyet=(LxPL)+(KxPK)	
			PL= 1 YTL PK=1 YTL	PL= 5 YTL PK=1 YTL
<i>A</i>	2	10	\$12	\$52
<i>B</i>	3	6	9	33
<i>C</i>	4	4	→ 8	24
<i>D</i>	6	3	9	21
<i>E</i>	10	2	12	→ 20

- Üretim maliyetini 2 etken belirler:

1. Mevcut teknoloji ve
2. Girdi fiyatları.

- *Kâr-Maksimizasyonu yapan firmalar, girdilerin mevcut piyasa fiyatlarını temel alarak, üretim maliyetini minimize eden teknolojiyi seçerler.*

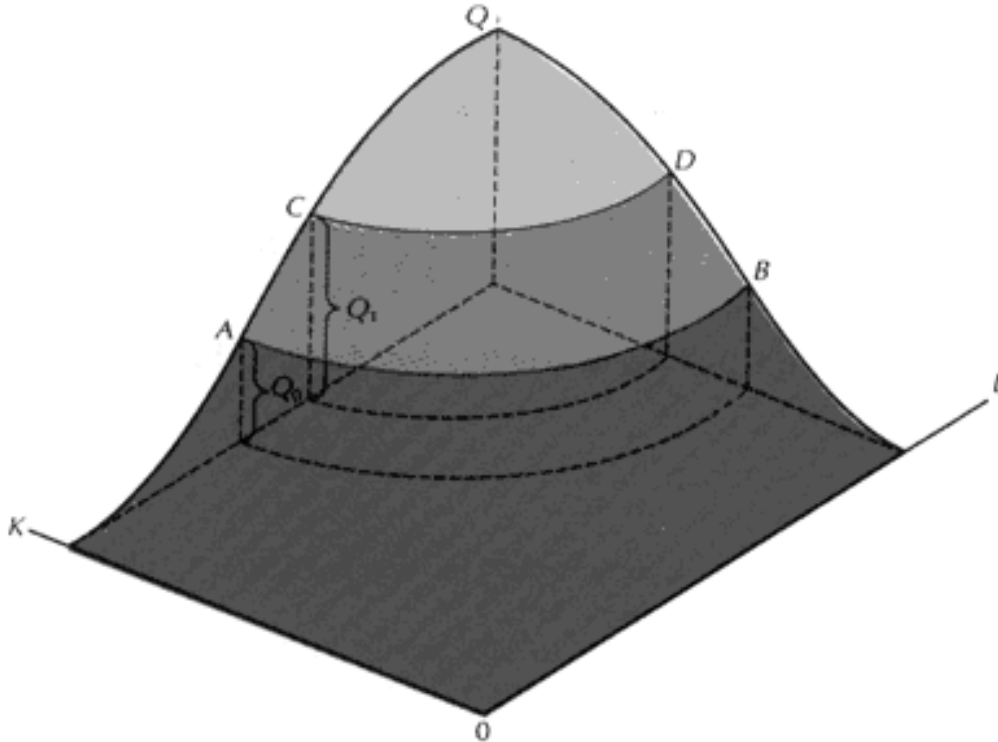
2. Üretim Fonksiyonu

Üretim Fonksiyonu Girdi ve çıktılar arasındaki ilişkinin matematiksel veya sayısal ifadesidir.

- Toplam üretim miktarını girdilerin bir fonksiyonu olarak gösterir.
- $Q=F(K,L)$

Eşürün Eğrisi Belirli bir miktar çıktıyı üretmek için kullanılabilir bütün sermaye ve emek bileşimlerini gösteren grafik.

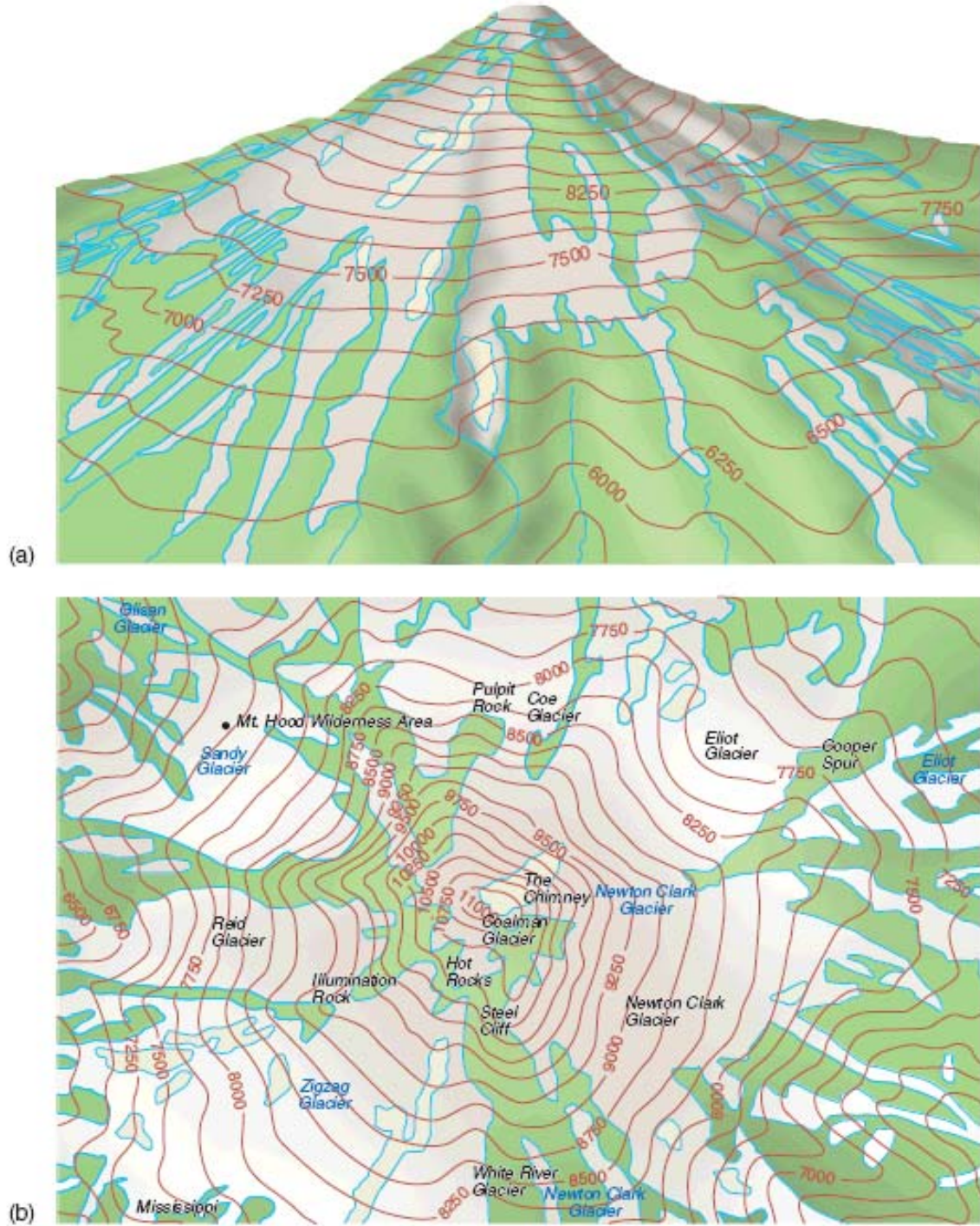
- *Üretim fonksiyonları ve Eşürün Eğrileri* arasındaki ilişki aşağıdaki grafiklerdeki şekilde gösterilebilir.
- $Q=F(K,L)$ şeklinde verilen Üretim fonksiyonunu çizersek, **Üretim Tepesini** elde ederiz →



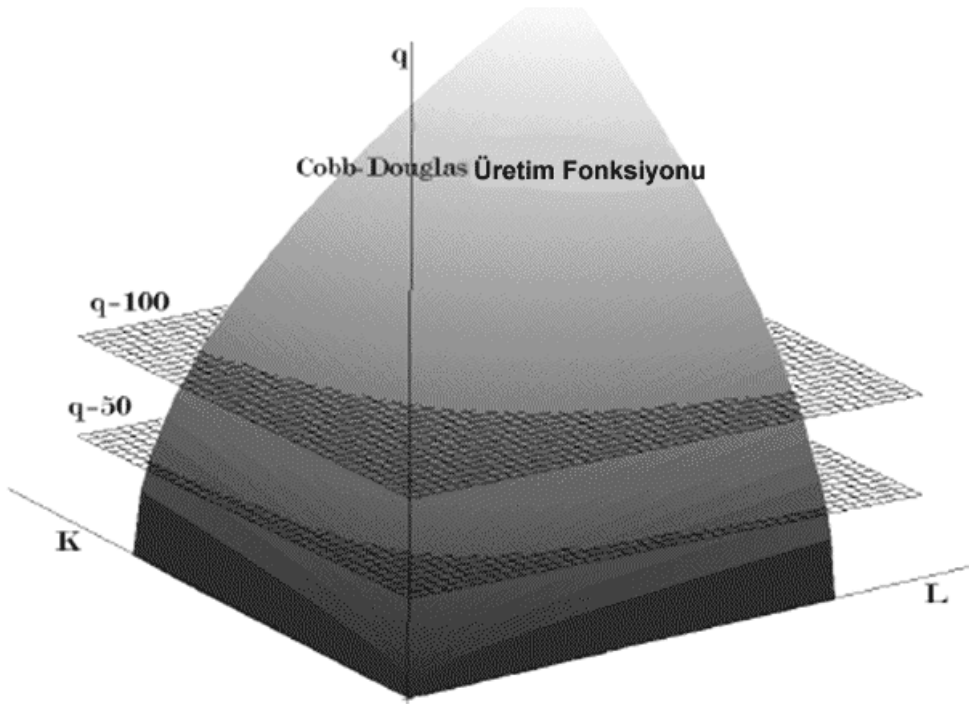
Şekil 3 Üretim Tepesi $Q=F(K,L)$

- Eşürün Eğrileri aslında, bu Üretim Tepesinin *kesitlerinden* başka bir şey değildirler.
- Bu kesitlere matematikte *düzey eğrileri* denir (Diğer bir deyişle, coğrafya derslerinden bildiğiniz *izohips* eğrileri).

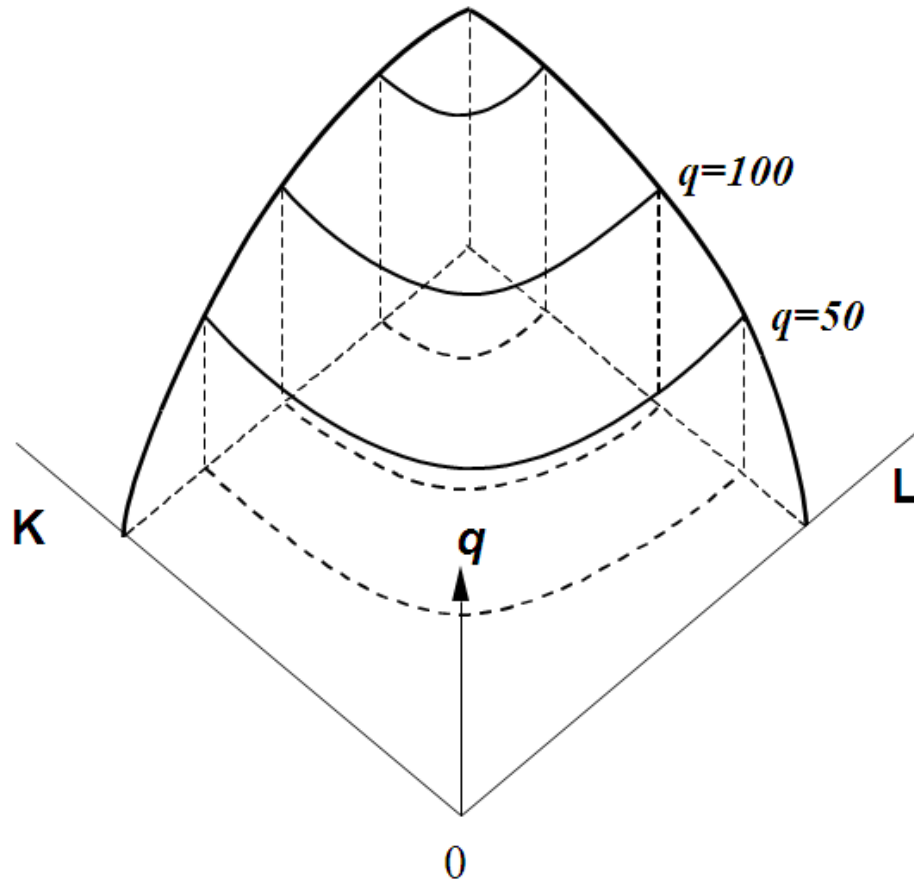
- Yani, başka bir deyişle, eşürün eğrileri üretim fonksiyonunun düzey eğrilerinden (level curves), veya daha basit şekilde ifade edersek “izohipslerinden” başka bir şey değildirler (Bakınız Şekil MN).



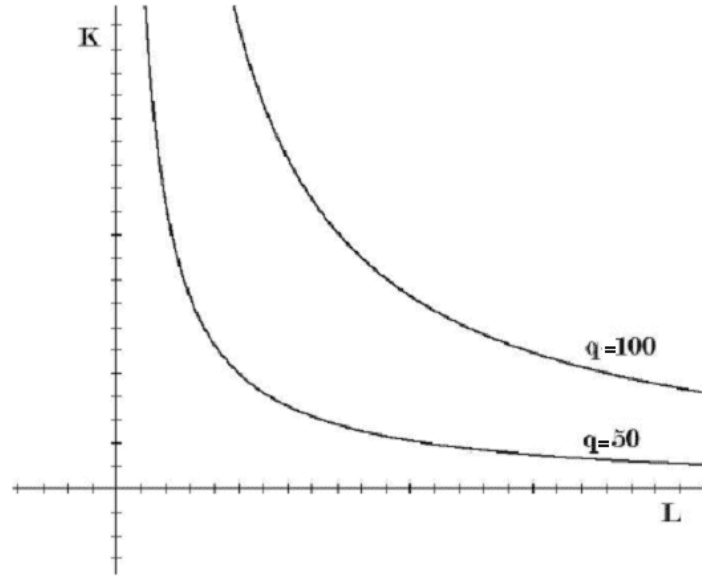
Şekil MN Coğrafya’da İzohips Eğrileri bir Tepenin eş-yükseliklerini gösteren çizgilerdir.



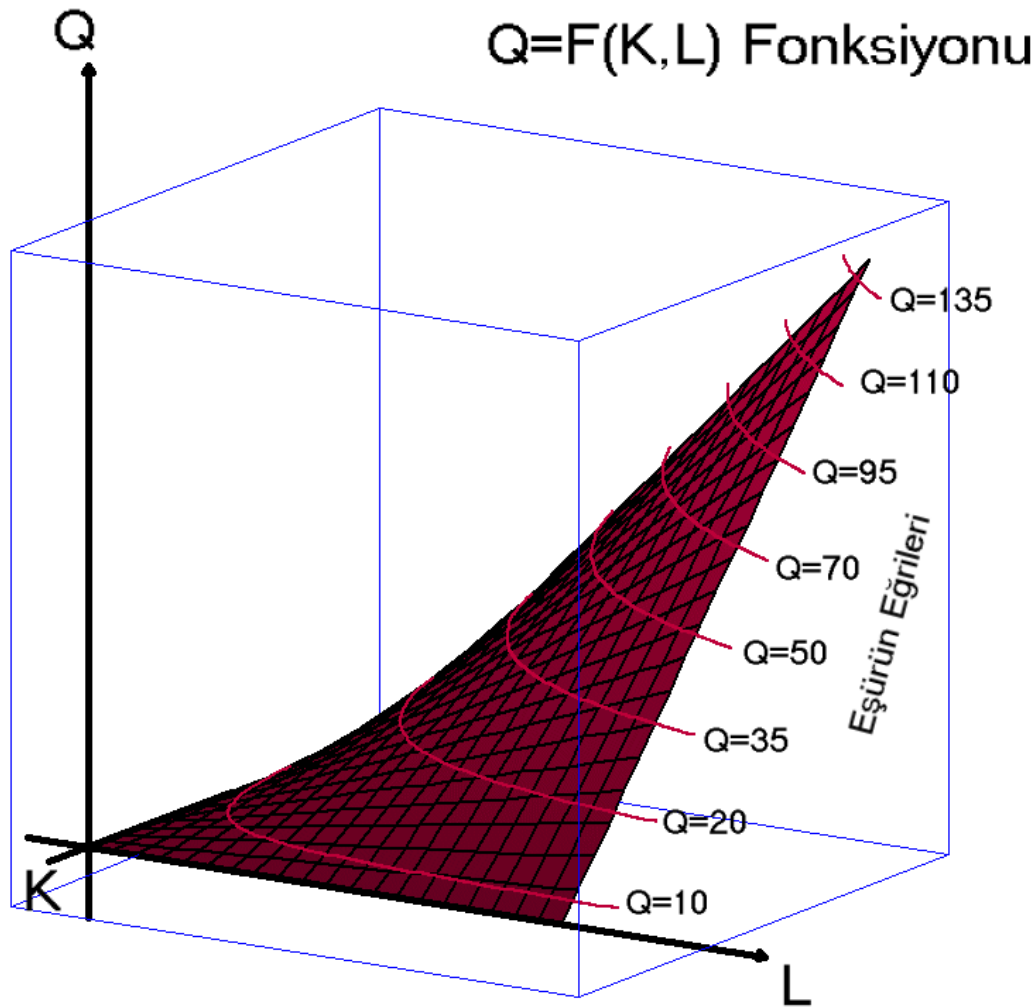
Şekil 4 Cobb-Douglas Üretim Fonksiyonu Üretim Tepesi ($Q = A.K^\alpha.L^\beta$)



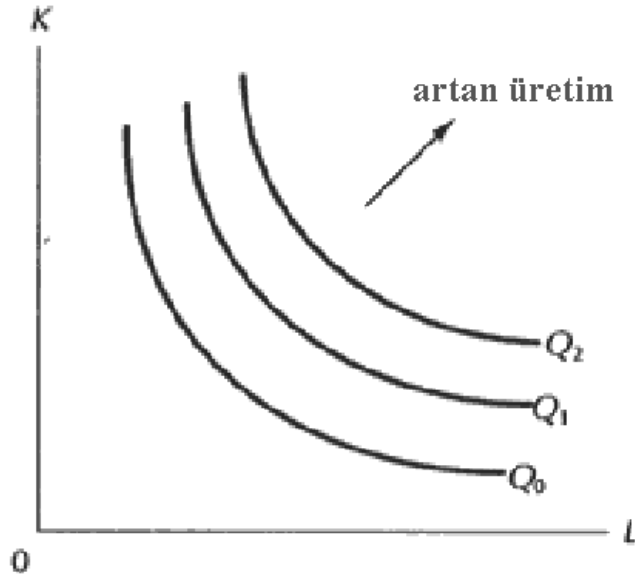
Şekil 4b Cobb-Douglas Üretim Fonksiyonu Üretim Tepesinin Kesitleri



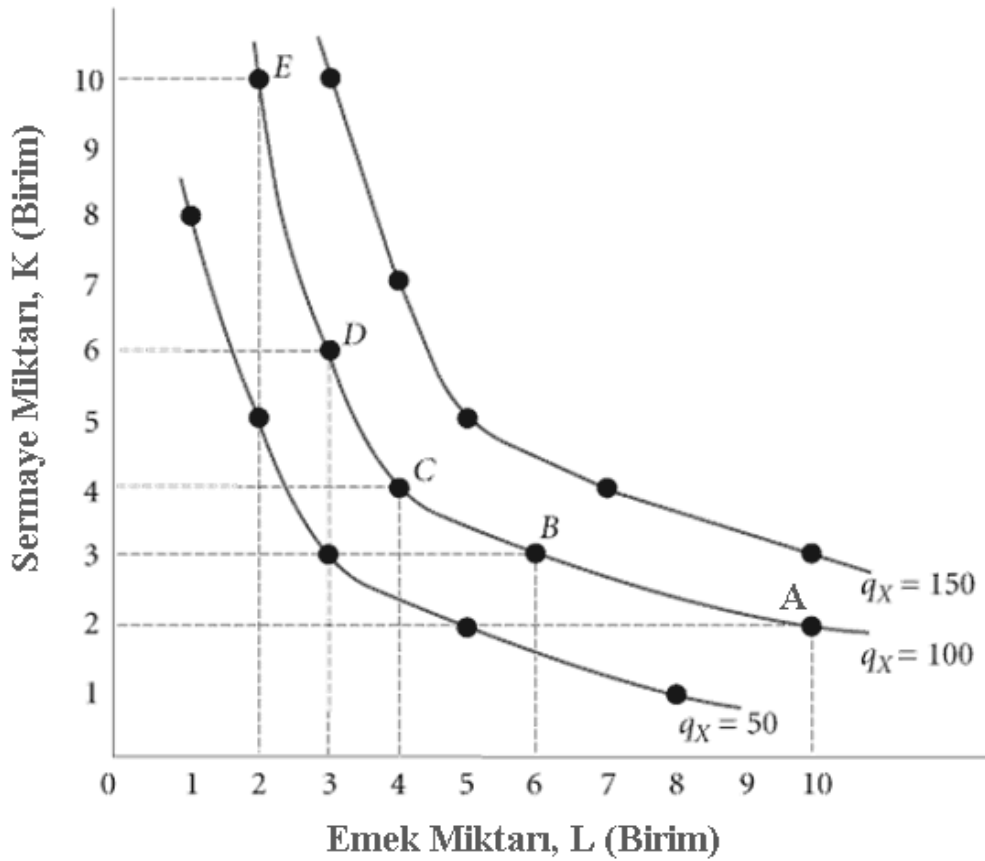
Şekil 5 Cobb-Douglas Üretim Fonksiyonu Eşürün Eğrileri ($Q^0 = A.K^\alpha.L^\beta$)



Şekil 5-2 Üretim Fonksiyonu (Üretim Tepesi) ve Eşürün Eğrileri



Şekil 6 Üretim Tepesinden Elde Edilen Eşürün Haritası (veya Paftası)



Şekil 7 50, 100 ve 150 Birim Çıktı Üretmekte Kullanılabilecek Sermaye ve Emek Bileşimlerini Gösteren Eşürün Eğrileri

Tablo 4 Alternatif Bileşimler

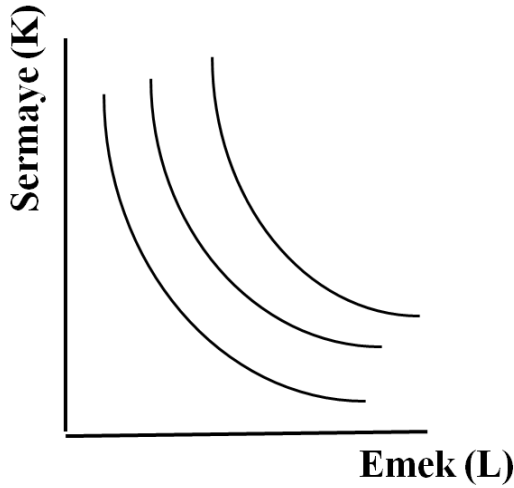
50, 100 ve 150 Birim Çıktı Üretmek İçin Alternatif Sermaye ve Emek Bileşimleri						
	$Q_X = 50$		$Q_X = 100$		$Q_X = 150$	
	K	L	K	L	K	L
A	1	8	2	10	3	10
B	2	5	3	6	4	7
C	3	3	4	4	5	5
D	5	2	6	3	7	4
E	8	1	10	2	10	3

- **Teknik-olarak etkinlik (Tekniksel Etkinlik)**: Eşürün eğrisi üzerindeki herhangi bir nokta *teknik-olarak etkin (technically efficient)* bir noktadır.

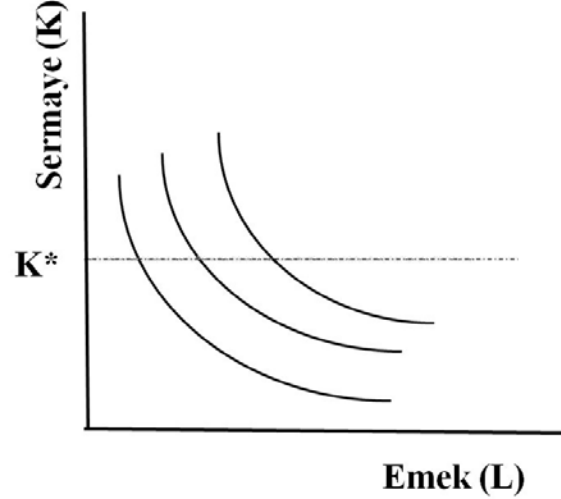
A. Eşürün Paftası Üzerinde Kısa ve Uzun Dönem Gösterim

Eşürün paftası içiçe girmiş birçok üretim düzeyini gösterir. Bu düzeyler farklı K ve L seviyelerine karşılık gelen üretimlerdir. Yani, eşürün paftası gösteriminde hem K hem de L değişmektedir. Dolayısıyla bu şekilsel gösterim uzun-dönem bir durumu betimlemektedir (Şekil 88a).

Diğer taraftan; kısa dönemde K'nın sabit olduğunu hatırlarsak (yani Marshallcı kısa dönem tanımını düşünürsek), kısa dönem durumu eşürün paftası üzerinde göstermek için paftada K'nın sabit olduğu düzeyi gösteren düz bir çizgi çizilir. Bu gösterim kısa dönem bir durumu betimler (Şekil 88b).

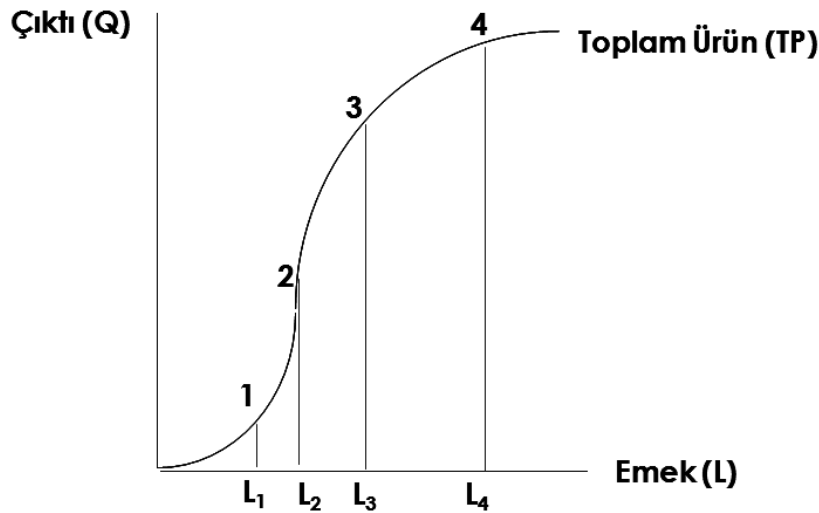


Şekil 88a Uzun Dönem



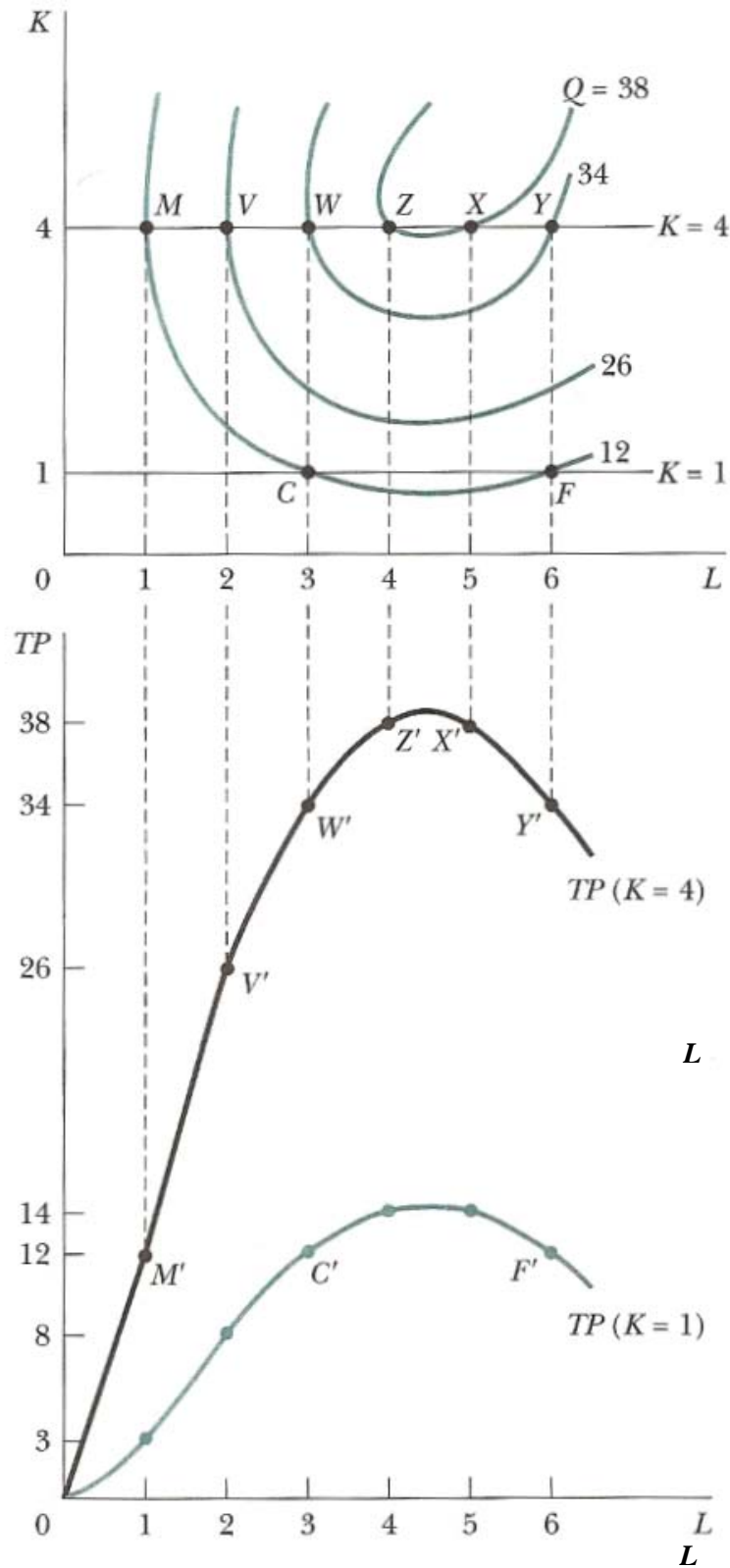
Şekil 88b Kısa Dönem

Üretim fonksiyonunu kısa dönemde aşağıdaki grafikte gösterildiği gibi bir başka şekilde daha çizebiliriz. Bu gösterimde bir üretim faktörü sabit tutulup (kısa dönemde genellikle sermaye faktörü sabittir), sadece diğer faktörün değişmesine izin verilir. Bu faktördeki değişimin sonucu Toplam Ürün'ün (TP) nasıl değiştiği gözlenir.



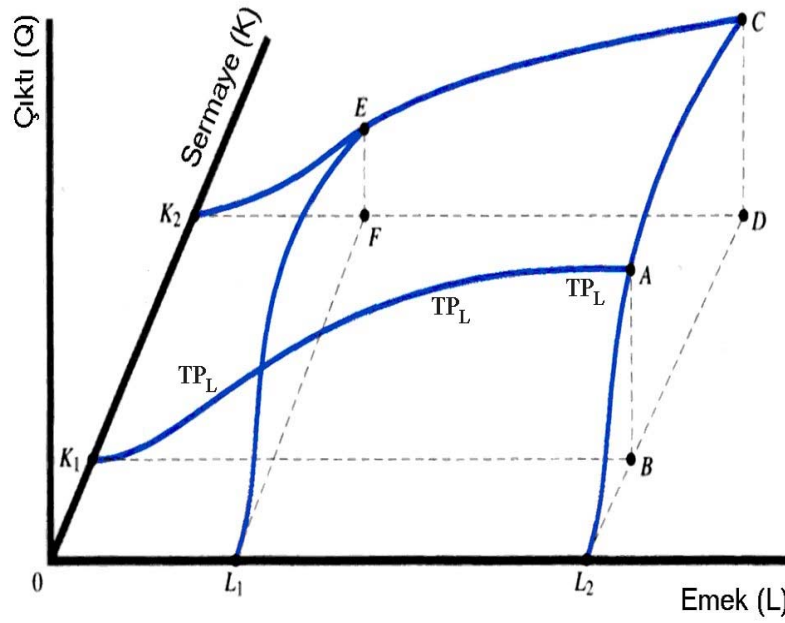
Şekil 88c Kısa Dönemin Başka Şekilde Gösterimi

Bu şeklin nasıl elde edildiğini göstermek üzere bir Şekil XX'e bakalım.



Şekil XX Eşürün Haritasından Toplam Ürün Eğrilerinin (TP) Elde Edilişi

Sermayeyi $K=1$ ve $K=4$ miktarlarında sabit tutarak (üst panel), bu durumlara karşılık gelen Toplam Ürün (TP) eğrilerini çizebiliriz (alt panel).

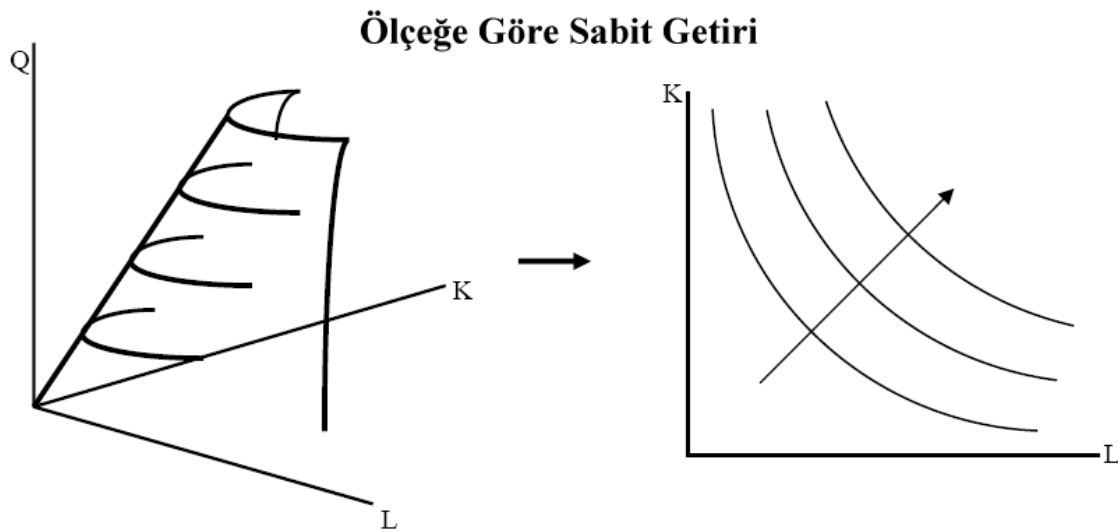


Şekil RR Üretim Fonksiyonu ve Toplam Ürün Eğrileri (TP)

3-boyutlu uzayda, Emeğin Toplam Ürünü (TP_L), Üretim Fonksiyonunun herhangi bir sabit *K* düzeyindeki *kesiti*'dir.

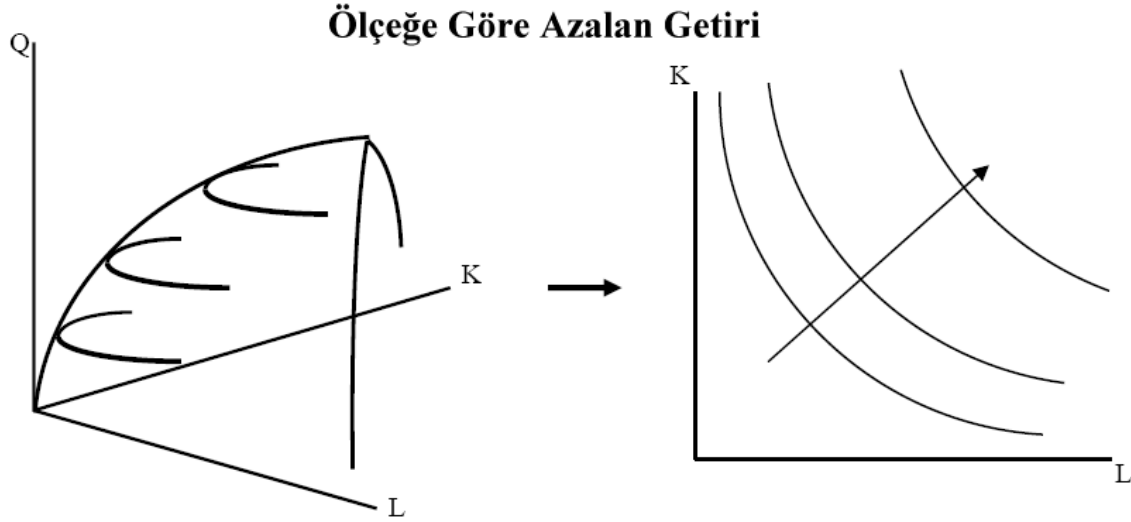
B. Ölçeğe Göre Sabit, Artan ve Azalan Getiri

Ölçeğe Göre Sabit Getiri: Bütün girdiler 2 katına çıkarsa çıktı da iki katına çıkar.

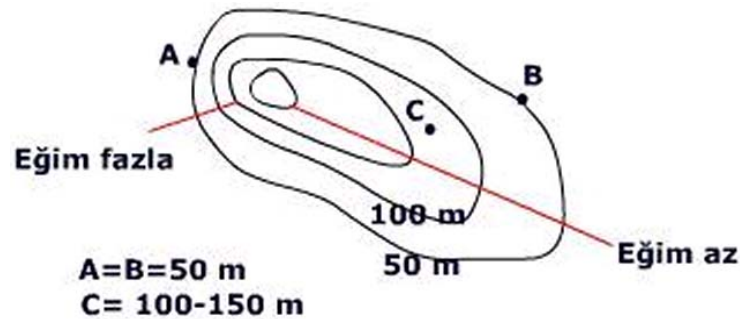


- Bu tip üretim fonksiyonunun sebep olacağı eşürün eğrileri birbirlerinden eşit uzaklıktadırlar.

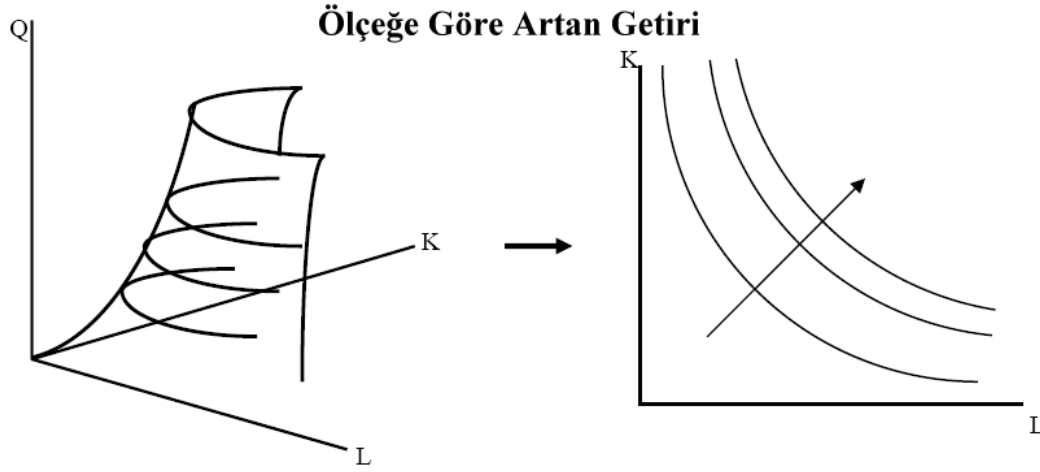
Ölçeğe Göre Azalan Getiri: Tüm girdilerin miktarı 2 katına çıkarsa çıktıdaki değişim 2 katından az gerçekleşir.



- Bu tip üretim fonksiyonunun sebep olacağı eşürün eğrileri birbirlerinden gittikçe uzaklaşan bir görüntü çizerler.
 - Coğrafya'dan hatırlarsanız, izohipslerin sık veya seyrek geçmesi yer şekillerine bağlıdır. İzohipslerin birbirlerine yakın oldukları yerde eğim fazladır. Birbirlerine uzak oldukları yerde eğim azdır.



Ölçeğe Göre Artan Getiri: Tüm girdilerin miktarı 2 katına çıkarsa çıktıdaki değişim 2 kattan daha yüksek gerçekleşir.



- Bu tip üretim fonksiyonunun sebep olacağı eşürün eğrileri birbirlerine gittikçe yaklaşan bir görüntü çizerler.

- Farzedelim ki $t > 1$ olsun:

- Eğer $tQ < F(tK, tL)$ ise, *ölçeğe göre artan getiri* vardır.
- Eğer $tQ = F(tK, tL)$ ise, *ölçeğe göre sabit getiri* vardır.
- Eğer $tQ > F(tK, tL)$ ise, *ölçeğe göre azalan getiri* vardır.

- ❖ **Örnek:** Üretim fonksiyonu *Cobb-Douglas* biçiminde verilsin:

$$Q = F(K, L) = A.K^\alpha .L^\beta , \text{ ki burada } A \text{ bir sabit olsun.}$$

$$F(tK, tL) = A.(tK)^\alpha .(tL)^\beta = A.t^\alpha (K)^\alpha .t^\beta (L)^\beta$$

$$F(tK, tL) = t^{\alpha+\beta} A(K)^\alpha (L)^\beta = t^{\alpha+\beta} Q$$

- $\alpha + \beta > 1 \Rightarrow tQ < t^{\alpha+\beta} Q$ olur. Ölçeğe göre artan getiri durumu oluşur.
- $\alpha + \beta = 1 \Rightarrow tQ = t^{\alpha+\beta} Q$ olur. Ölçeğe göre sabit getiri durumu oluşur.
- $\alpha + \beta < 1 \Rightarrow tQ > t^{\alpha+\beta} Q$ olur. Ölçeğe göre azalan getiri durumu oluşur.

○ Sayısal örnek verelim, $Q_1 = AL^\alpha K^\beta$ olsun:

$$L \Rightarrow 2L$$

$$K \Rightarrow 2K$$

$$Q_2 = A(2L)^\alpha (2K)^\beta$$

$$Q_2 = A2^\alpha L^\alpha 2^\beta K^\beta$$

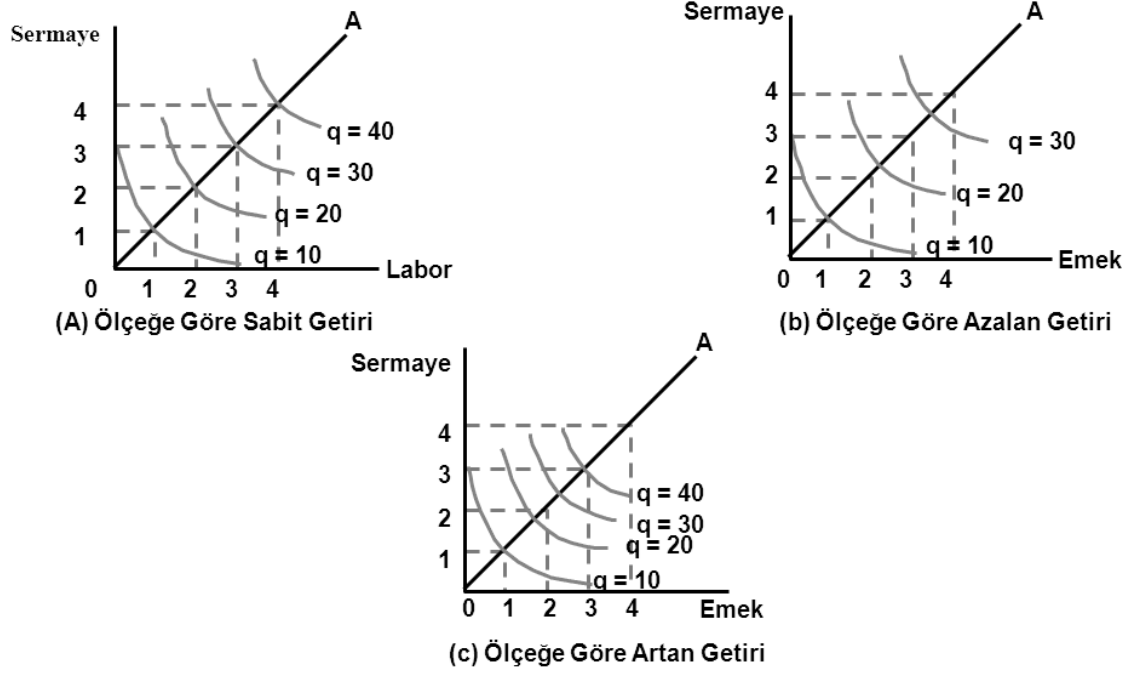
$$Q_2 = 2^{\alpha+\beta} AL^\alpha K^\beta$$

$$Q_2 = 2^{\alpha+\beta} Q_1$$

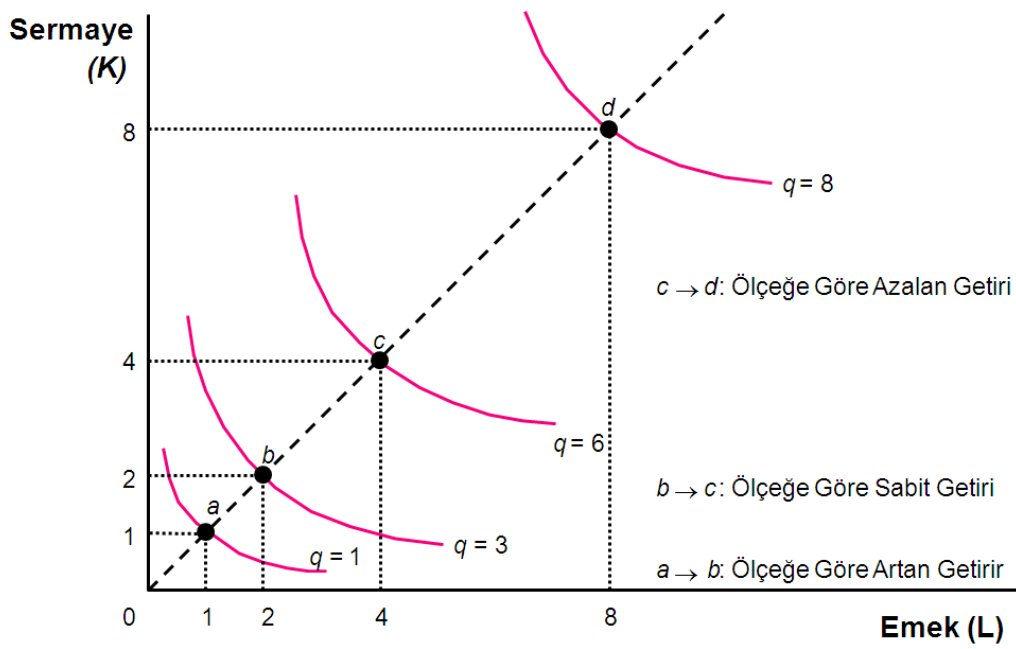
$\alpha + \beta = 1 \rightarrow$ Ölçeğe göre sabit getiri

$\alpha + \beta > 1 \rightarrow$ Ölçeğe göre artan getiri

$\alpha + \beta < 1 \rightarrow$ Ölçeğe göre azalan getiri



Şekil 8 Ölçeğe Göre Sabit, Artan ve Azalan Getiri ve Eşürün Eğrileri



Şekil 8b Farklı Ölçek Ekonomileri Durumu

Eşürün eğrilerinin birbirlerine yaklaşmaları durumu ölçeğe göre artan getiri, birbirlerinden uzaklaşmaları ise ölçeğe göre azalan getiri durumlarını yansıtır. Eşürün eğrileri eşit uzaklıklarda kalıyorlarsa bu durumda ölçeğe göre sabit getiri durumudur. Ama her zaman, sayısal ifadeleri dikkate alıp hesap yapmak en doğrusudur (Girdiler ne oranda artmış, buna karşılık çıktı ne oranda artıyor)

C. Marjinal Ürün ve Ortalama Ürün

Marjinal Ürün Diğer koşullar sabitken (Ceteris paribus), bir girdiden ekstra bir birim kullanıldığında toplam çıktıda meydana gelen ek üretim miktarıdır (birim olarak).

- Aslında, *Marjinal Ürün* üretim fonksiyonunun kısmi türevinden başka bir şey değildir!!

$$MP_L = \frac{\partial F}{\partial L} \text{ ve } MP_K = \frac{\partial F}{\partial K}$$

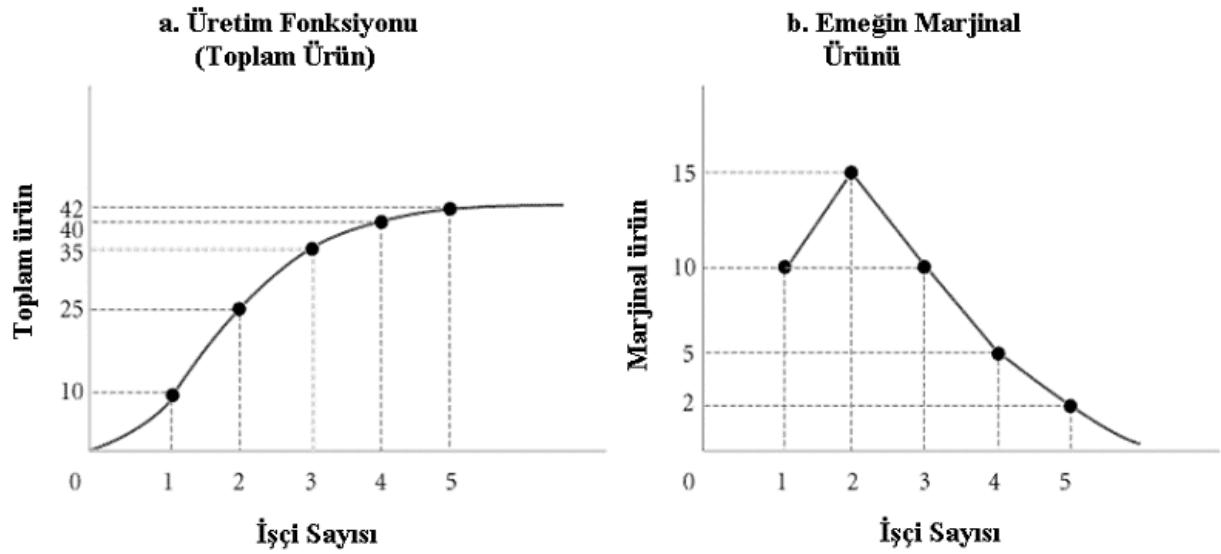
Ortalama Ürün Bir üretim faktörünün bir biriminden gelen ortalama ürün miktarıdır.

$$\text{Emeğin ortalama ürünü} = \frac{\text{toplam üretim miktarı}}{\text{kullanılan toplam emek miktarı}}$$

Tablo 5 Kısa Dönemde (K sabitken) Üretim Fonksiyonu

Tablo 4 Üretim Fonksiyonu

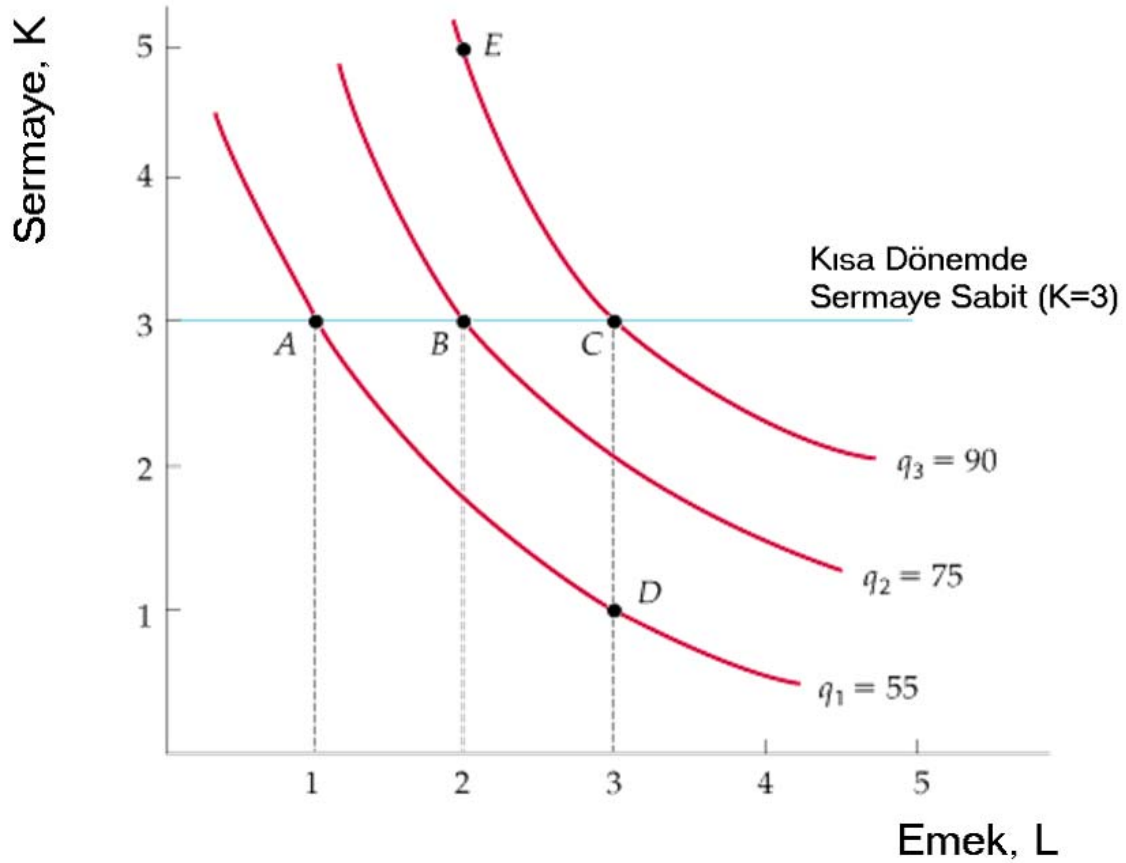
(1) Kullanılan Emek Miktarı (Birim)	(2) Toplam Üretim (sandviç/saat)	(3) Emeğin Marjinal Ürünü (Birim)	(4) Emeğin Ortalama Ürünü (Birim)
0	0	-	-
1	10	10	10.0
2	25	15	12.5
3	35	10	11.7
4	40	5	10.0
5	42	2	8.4
6	42	0	7.0



Şekil 9 Sandviç İçin Üretim Fonksiyonu

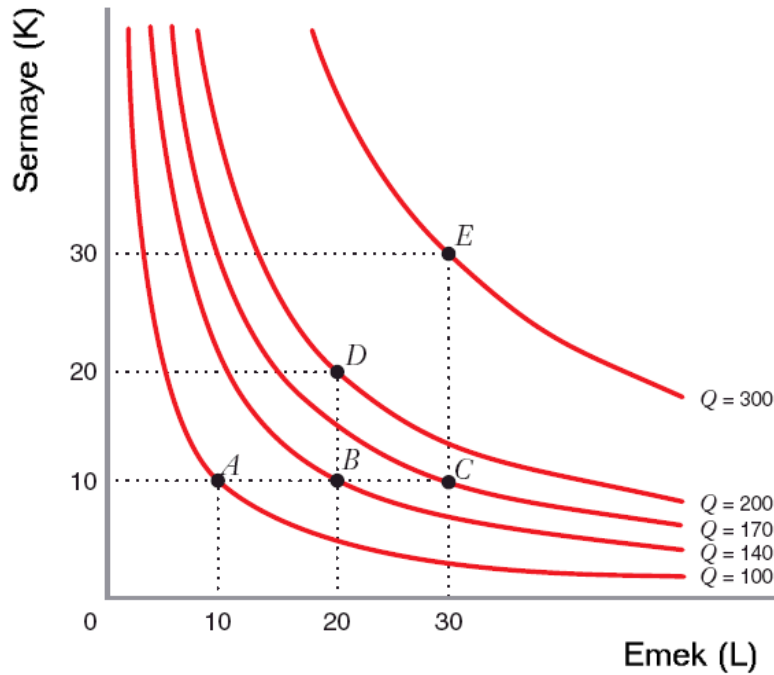
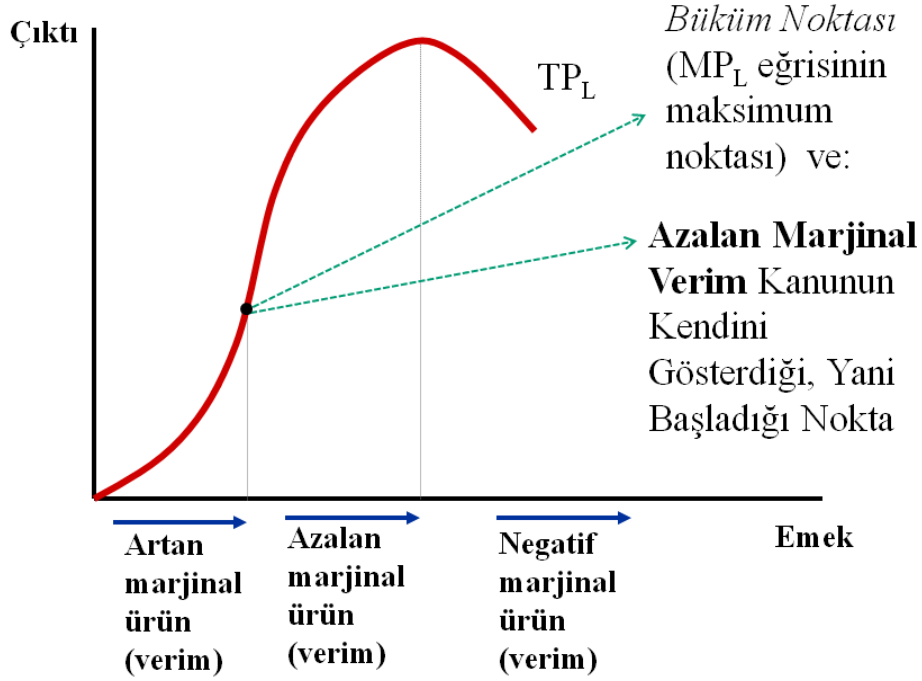
Azalan (Marjinal) Verimler Kanunu Sabit miktarda kullanılan girdilere değişken bir girdiden yeni birimler eklendiğinde, belirli bir noktadan sonra, bu değişken girdinin marjinal ürünü düşmeye başlar.

- Azalan verimler kanunu her zaman kısa dönemde meydana gelir, ve bu yüzden kısa dönemde bütün firmalar azalan verimler ile karşı karşıyadır.
- Bu şu anlama gelir: firma üretim kapasitesine yaklaştıkça üretimini gittikçe daha zor arttırır.



Şekil TR Azalan Marjinal Verimler Kanununun Eşürün Eğrileri ile Gösterimi

- Şekil TR’de görüldüğü üzere, sermayeyi (K) herhangi bir düzeyde sabit tutunca (örneğin $K=3$ ’de), her yeni birim işgücü (emek) toplam çıktıyı gittikçe daha az arttırır.



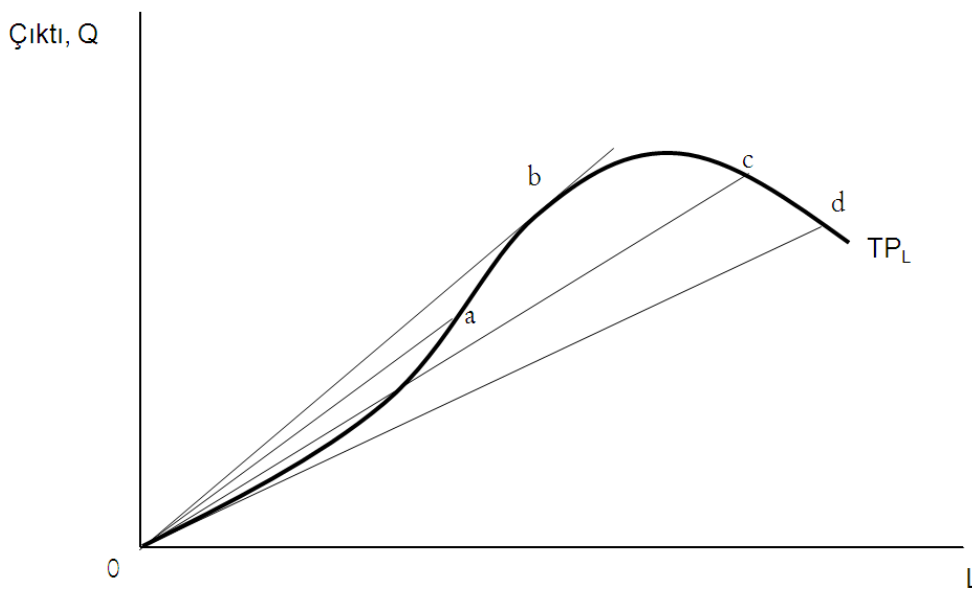
Şekil ZZ Azalan Verimler Kanunu ile Ölçeğe Göre Getiri Kavramlarını Karıştırmayınız!

Bu eşürün eğrilerini yaratan üretim fonksiyonu bir taraftan *ölçeğe göre sabit getiri* sergilerken (A, D ve E noktaları) diğer taraftan emek için *azalan marjinal verim* durumunu yansıtmaktadır (A, B ve C noktaları). Bu iki kavram çok farklı kavramlardır. Ölçeğe göre getiri uzun dönem bir kavramken, azalan marjinal verimler kanunu kısa dönem bir durumu yansıtmaktadır.

D. Kısa Dönemde Üretimin Aşamaları

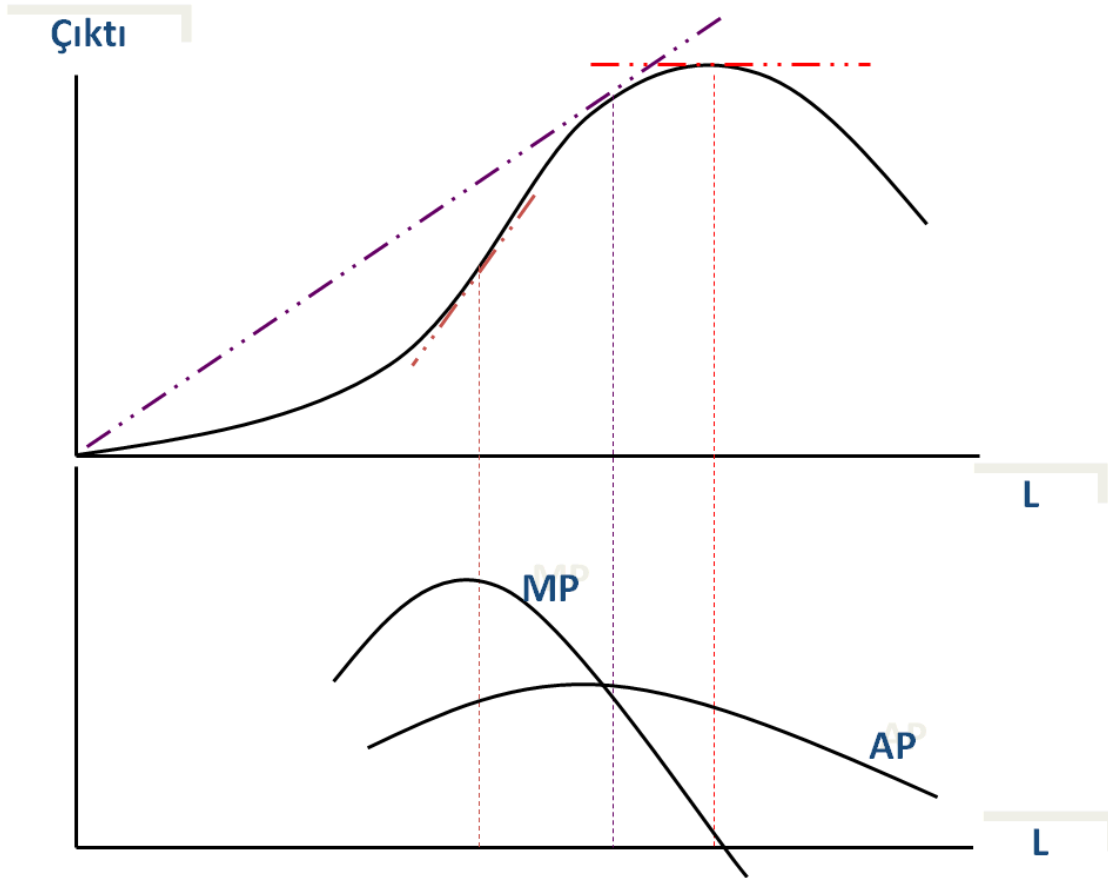
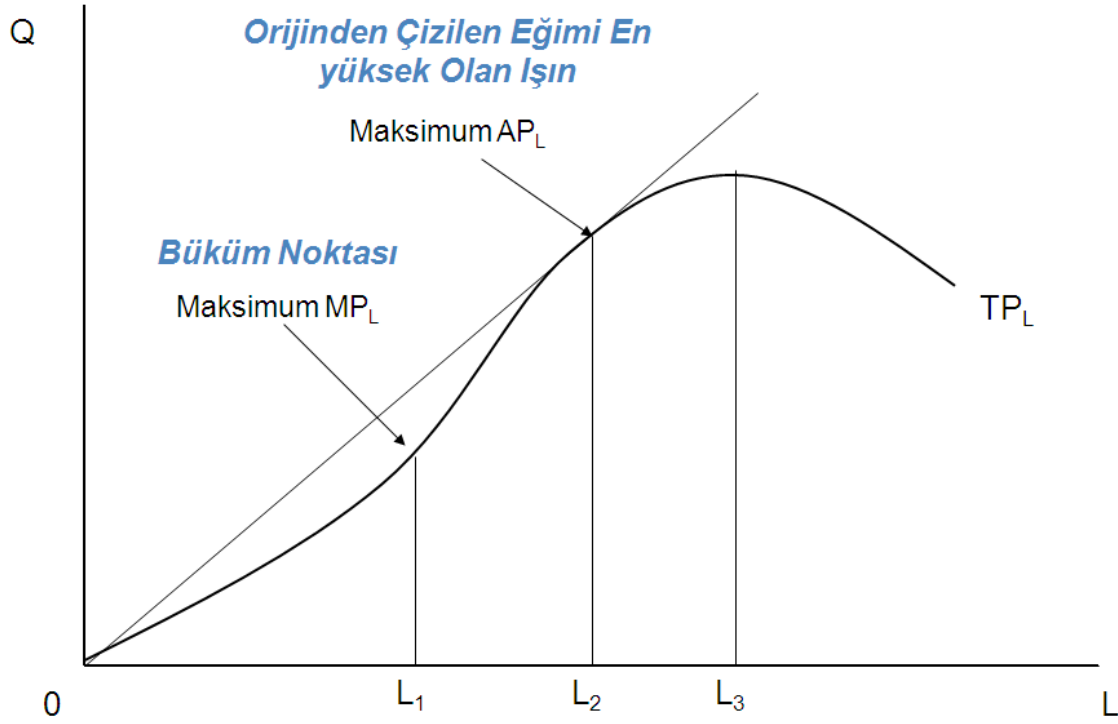
1. Toplam Ürün (TP) Eğrisinden Ortalama Ürün (AP) Eğrisinin Elde Edilişi:

- b noktasında emeğin Ortalama Ürünü (AP_L) en yüksektir.
- Ortalama Ürün (AP_L), c noktasında a noktasına göre daha düşüktür.
- Ortalama Ürün (AP_L), d noktasında c noktasına göre daha düşüktür.

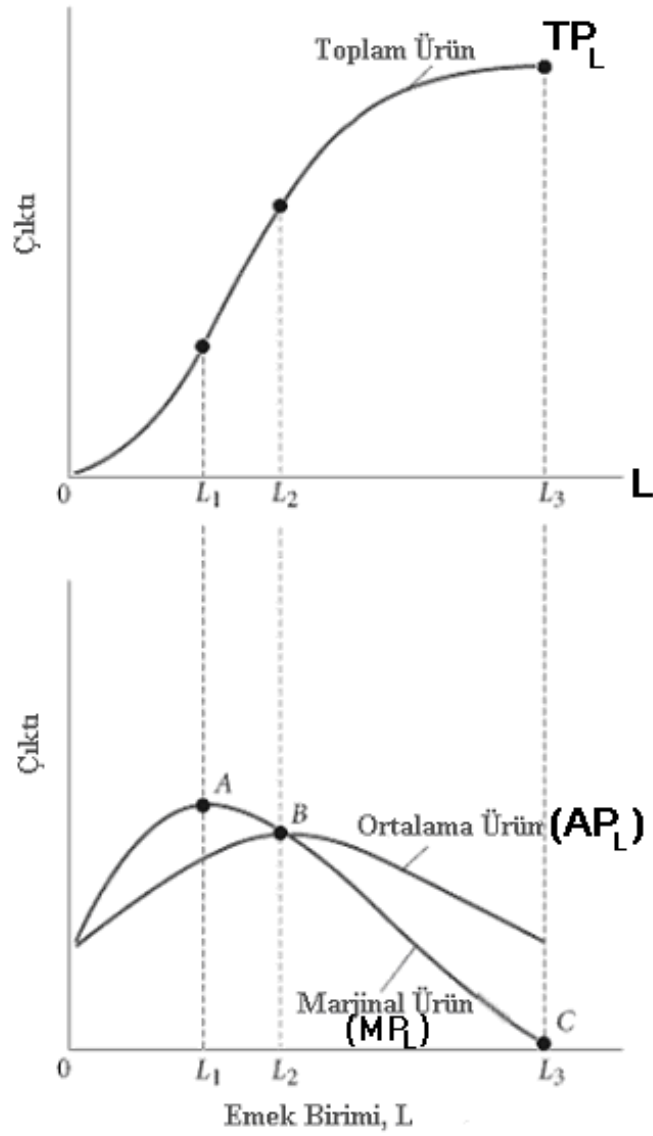


2. Toplam Ürün (TP) Eğrisinden Marjinal Ürün (MP) Eğrisinin Elde Edilişi:

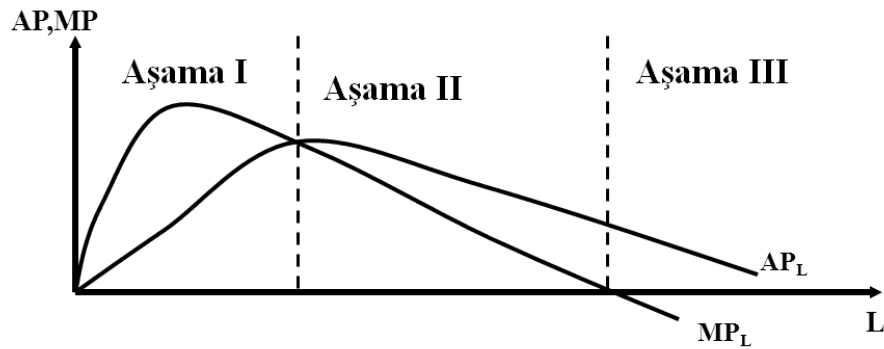
- Büküm noktasına kadar TP eğrisinin eğimi yükselmektedir. Herhangi bir noktadaki marjinal ürün (MP) aslında o noktadaki toplam ürün (TP) eğrisinin eğimi olduğu için, büküm noktasına kadar MP_L artmaktadır.
- Büküm noktasından sonra TP eğrisinin eğimi düşmektedir. Herhangi bir noktadaki marjinal ürün (MP) aslında o noktadaki toplam ürün (TP) eğrisinin eğimi olduğu için, büküm noktasından sonra MP_L düşmektedir.
- Büküm noktasında emeğin Marjinal Ürünü (MP_L) en yüksektir.



O halde:



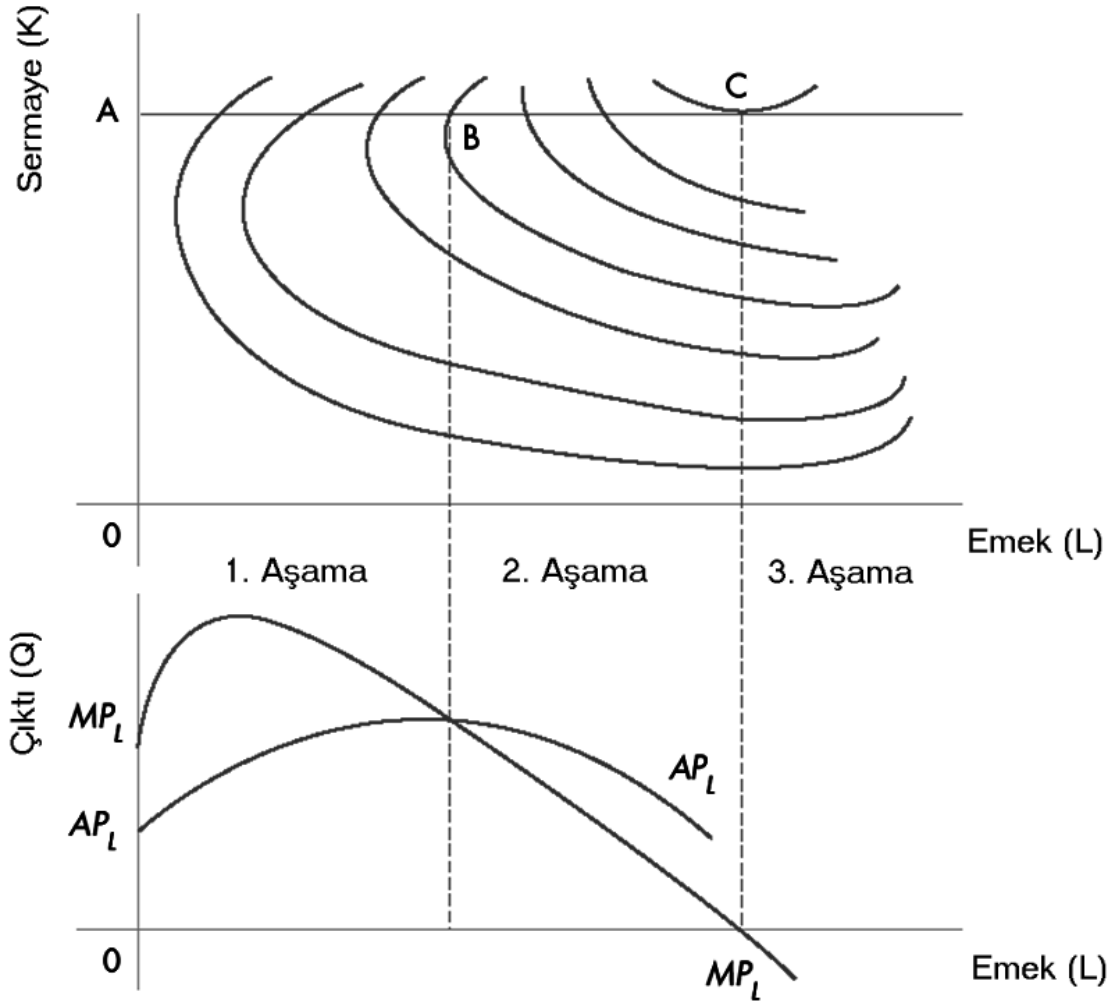
Şekil 10 Kısa Dönemde (Emeğin) Toplam, Ortalama ve Marjinal Ürün(ü)



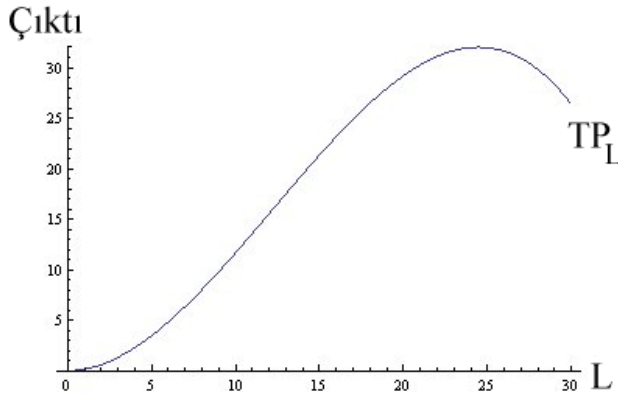
Şekil 11 Kısa Dönemde Üretimin Aşamaları

Bu aşamaların özelliklerini aşağıdaki tabloda özetlersek:

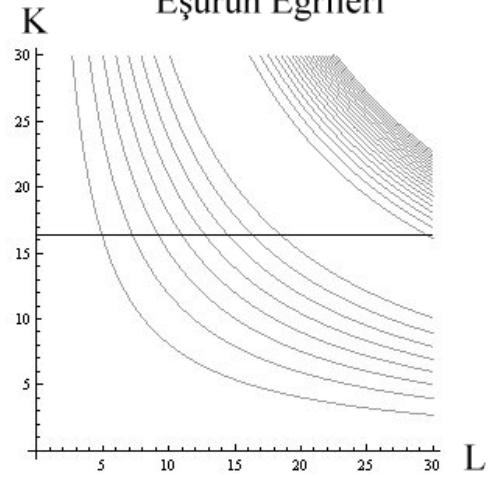
Aşama I	Aşama II	Aşama III
$MP > AP$ AP artmaktadır	$MP < AP$ AP azalmaktadır, MP hâlâ pozitifdir	$MP < 0$ AP azalmaktadır
Kapasite altında üretim yapılmaktadır. Burada emek başına ortalama ürün (AP_L) artmaktadır. Bu yüzden bu bölgede üretim yapmak rasyonel değildir. Daha fazla emek alıp üretimi arttırmak rasyoneldir.	<u>Üretici bu aralıkta üretim yapar!</u> Burada emek başına ortalama ürün (AP_L) azalmaya başlamıştır fakat TP_L hâlâ artmaktadır. Bu yüzden bu bölgede üretim yapmak rasyonel olmaktadır.	Kapasite üstünde üretim yapılmaktadır. Bu bölgede TP_L azalmaktadır. Bu yüzden bu bölgede üretim yapmak rasyonel değildir.



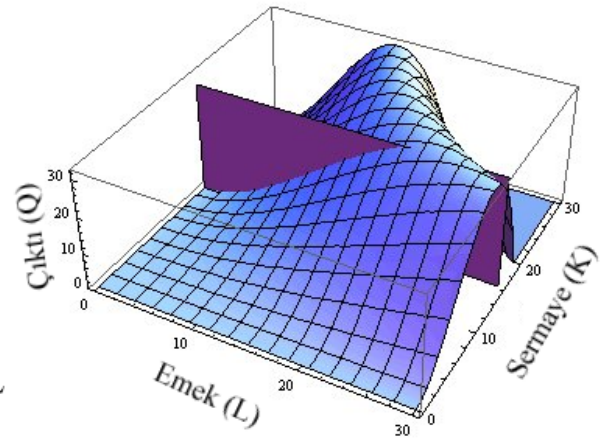
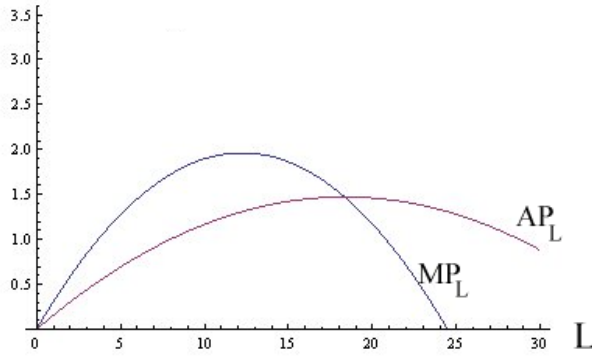
Emeğin Toplam Ürün Eğrisi (Kısa Dönem)



Eşürün Eğrileri



Çıktı (Q)

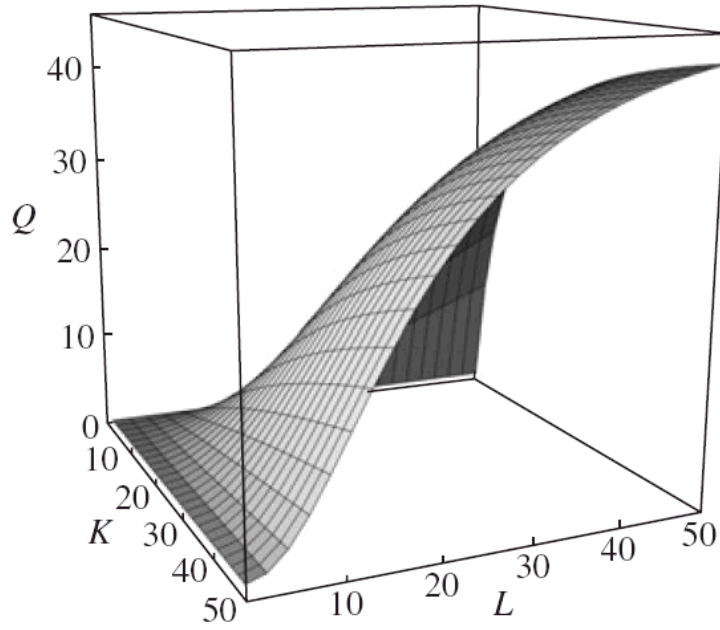


Emeğin Marjinal ve Ortalama Ürün Eğrileri

Üretim Fonksiyonu

Şekil DDa Üretim Fonksiyonu, (Emeğin) Toplam Ürün(ü), (Emeğin) Marjinal Ürün(ü), (Emeğin) Ortalama Ürün(ü) ve Eşürün Eğrileri

- İktisat kitaplarında standard olarak gösterilen; önce artarak artan daha sonra azalarak artan TP eğrisine neden olan üretim fonksiyonları, Cobb-Douglas vb. gibi bildik üretim fonksiyonlarından değildir. Örneğin yukarıda (Şekil DD) verilen grafikler $F(K,L) = \frac{600K^2L^2 - K^3L^3}{1000000}$ şeklindeki üretim fonksiyonu için Mathematica'da çizilmiştir.



Şekil DDb Düşük Çıktı Miktarlarında Ölçeğe Göre Artan Getiri, Yüksek Çıktı Miktarlarında Ölçeğe Göre Azalan Getiri Sergileyen Üretim Fonksiyonunun Gösterimi¹ ($Q = \frac{50KL^2}{25^3 + KL^2}$)

3. Eşmaliyet Eğrisi (veya Eşmaliyet Doğrusu)

Eşmaliyet Doğrusu Belirli bir toplam maliyet koşulu altında, olası bütün sermaye ve emek bileşimlerini gösteren grafikdir.

- Genel olarak, bir eşmaliyet doğrusunun denklemi aşağıdaki şekilde yazılır:

$$r.K + w.L = TC$$

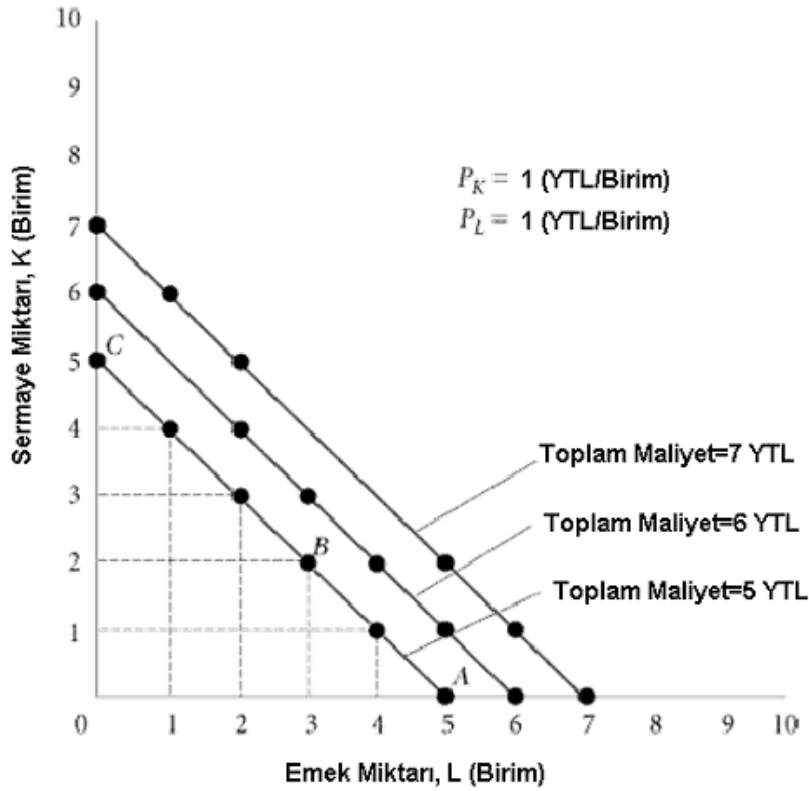
Burada: r =Sermaye Fiyatı (rant), K =Kullanılan Sermaye Miktarı, L =Kullanılan Emek Miktarı, w =Emek Fiyatı (ücret), TC =toplam maliyet'tir.

¹ Bu tür fonksiyonlar detaylı biçimde şu makalede incelenmiştir: Arnold Zellner & Hang Ryu, 1998. "Alternative functional forms for production, cost and returns to scale functions," Journal of Applied Econometrics, John Wiley & Sons, Ltd., vol. 13(2), ss 101-127.

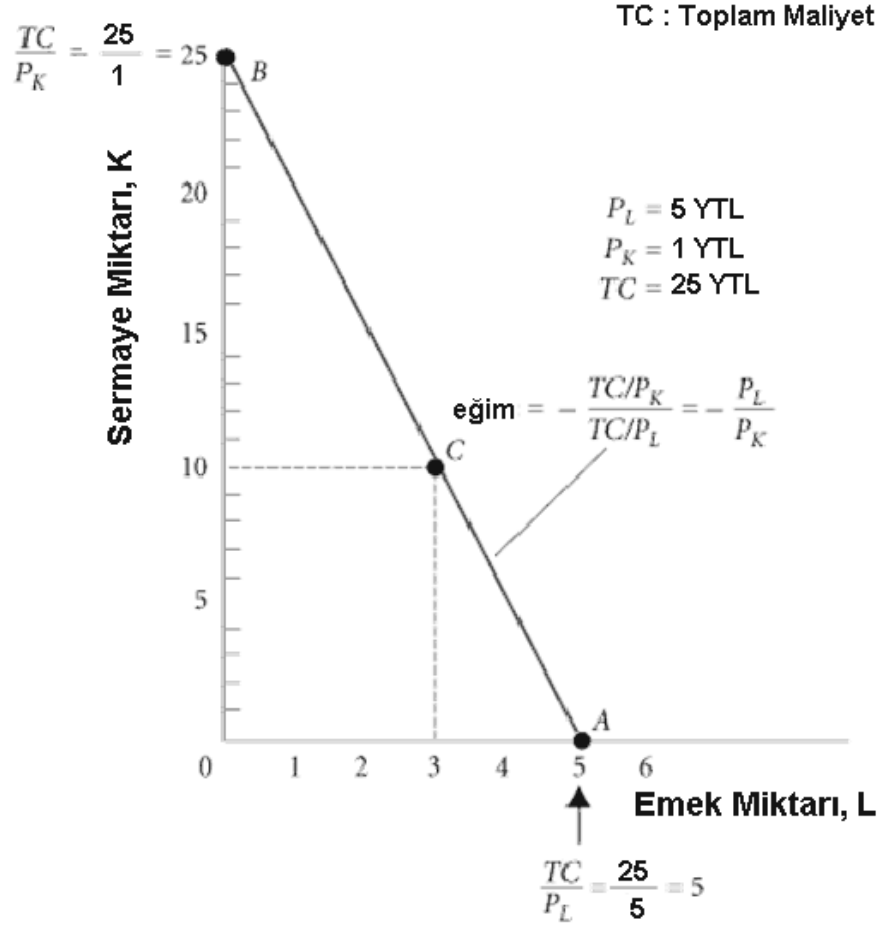
- Denklemi K için çözersek:

$$K = -\left(\frac{w}{r}\right)L + \frac{TC}{r}$$

Buradan görülmektedir ki, eşmaliyet doğrusunun eğimi: $-\left(\frac{w}{r}\right)$



Şekil 12 5, 6 ve 7 YTL Tutarında Maliyetler için Olası Bütün Sermaye ve Emek Bileşimlerini Gösteren Eşmaliyet Doğruları



Şekil 13 Eşmaliyet Doğrusunun Eğimi

- Bir eşürün eğrisinin genel denklemi aşağıdaki gibidir:

$$F(K,L) = Q_0 \quad (Q_0: \text{Sabit bir Çıktı Düzeyi})$$

- Bu denklemin toplam türevselini alırsak:

$$\frac{\partial F}{\partial K} dK + \frac{\partial F}{\partial L} dL = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial K} dK = - \frac{\partial F}{\partial L} dL$$

$$\frac{dK}{dL} = - \frac{\partial F / \partial L}{\partial F / \partial K} = - \frac{MP_L}{MP_K} \rightarrow \text{Eşürün Eğrisinin Eğimi} \left(\frac{dK}{dL} \right)$$

Veya türev kullanmazsak aşağıdaki şekilde elde edebiliriz.

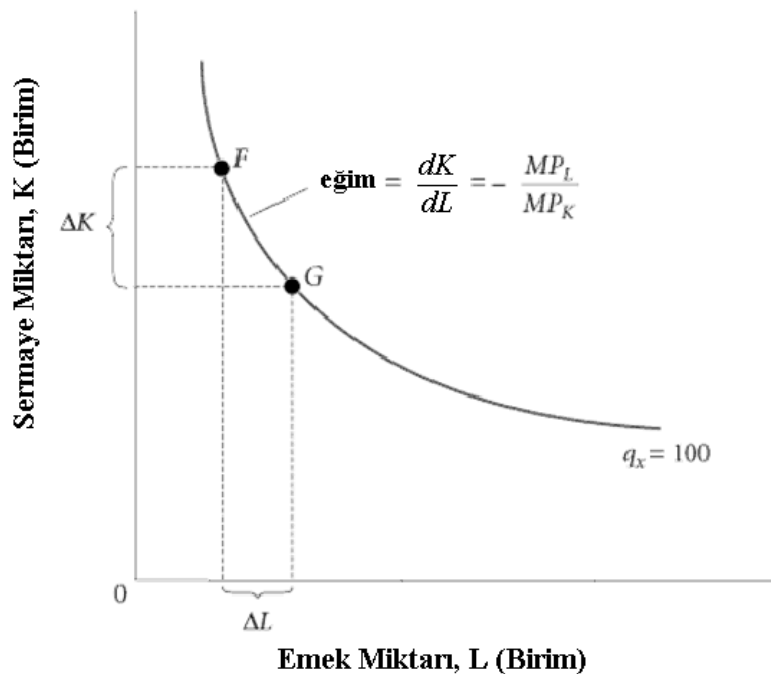
Bir eşürün eğrisi boyunca üretim aynıdır, yani Q değişmemektedir ($\Delta Q = 0$), or:

$$(MP_L \times \Delta L) + (MP_K \times \Delta K) = \Delta Q = 0$$

$$MP_K \times \Delta K = 0 - MP_L \times \Delta L$$

$$\Delta K = -\frac{MP_L}{MP_K} \times \Delta L$$

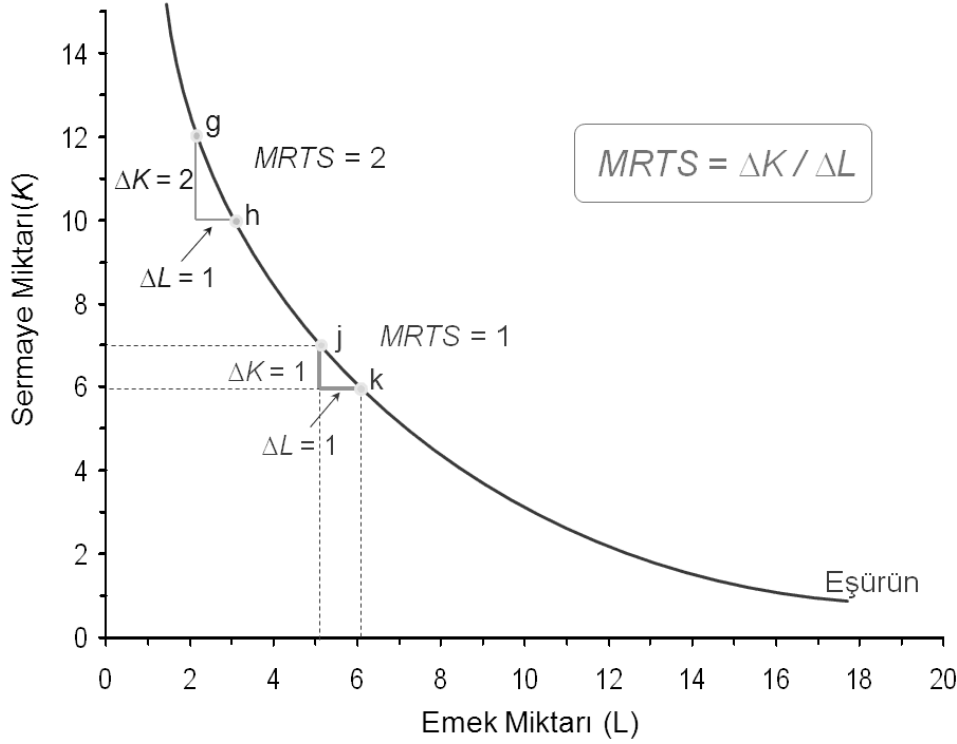
$$\frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{MP_L}{MP_K} = -MRTS = \text{eşürün eğrisinin eğimi}$$



Şekil 14 Bir Eşürün Eğrisinin Eğimi, MP_L 'nin MP_K 'ya Oranının Negatifine Eşittir

- Eşürün eğrisinin eğiminin *mutlak değerine* $\left(\left|\frac{dK}{dL}\right|\right)$ Marjinal Teknik İkame Oranı (MRTS) denir (Yani, $MRTS = \frac{MP_L}{MP_K}$).
- **Marjinal Teknik İkame Oranı (MRTS)** bir firmanın üretim miktarını sabit tutarak, emek yerine ikame edebileceği sermaye miktarını veren orandır.

- Diğer bir ifadeyle; çıktı miktarı sabit tutularak, L üretim faktörü miktarında bir birimlik bir değişimin K üretim faktörü miktarında kaç birimlik bir değişmeyi gerektirdiğini gösteren orandır.



Şekil 15 Azalan Marjinal Teknik İkame Oranı

4. Maliyeti Minimize Eden Denge Koşulu (Üretici Dengesi)

- Bir doğrunun bir eğriye teğet olduğu noktada, eğimler birbirine eşittir.
- O halde, Eşmaliyet doğrusunun eşürün eğrisine teğet olduğu noktada aşağıdaki koşul geçerlidir:

eşürün eğrisinin eğimi = eşmaliyet doğrusunun eğimi

$$-\frac{MP_L}{MP_K} = -\frac{w}{r}$$

Dolayısıyla,

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$$

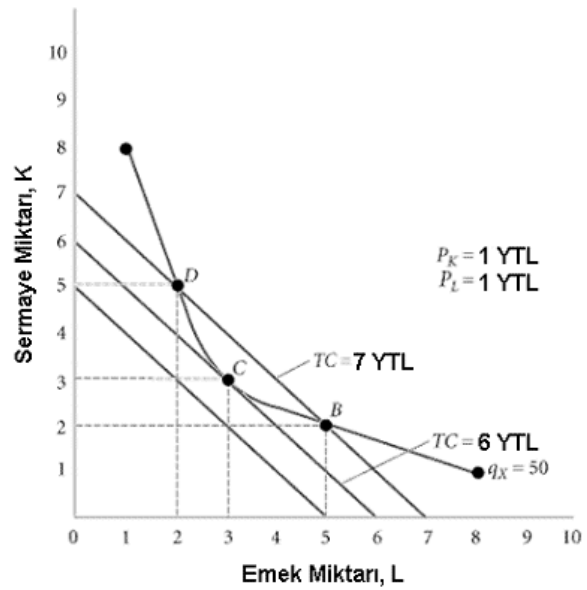
veya

$$\frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r}$$

Yukarıdaki bu denklem, maliyet minimize eden denge koşulu olarak bilinir.

50 Birim Çıktı Üretmek İçin
En Düşük Maliyetli Sermaye
ve Emek Bileşiminin Bulunuşu

Firma en düşük maliyetli girdi bileşimini seçecektir. Herhangi bir çıktı miktarını en düşük maliyetli şekilde üretme durumu, eşmaliyet doğrusu ile eşürün eğrisinin birbirlerine teğet oldukları noktada gerçekleşir.



Şekil 16 Üretici Dengesi

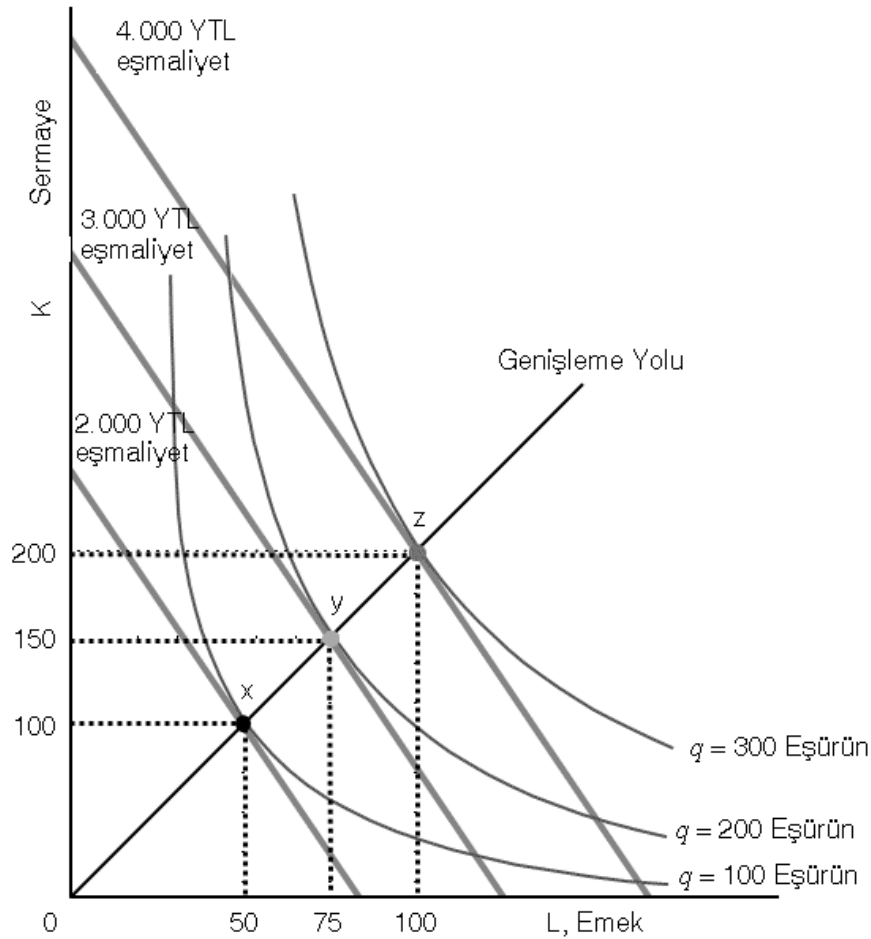
- Denklem sol tarafı emeğin marjinal ürününün birim emek fiyatına bölünmüş halidir. Yani diğer bir deyişle, emeğe harcanan son YTL'nin getirdiği ürün miktarıdır.
- Aynı şekilde, denklem sağ tarafı ise, sermayeye harcanan son YTL'nin yarattığı ürün miktarıdır.

- Eğer, emeğe harcanan son YTL'nin getirdiği ürün, sermayeye harcanan son YTL'nin getirdiği üründen fazla ise, şu durum oluşur:

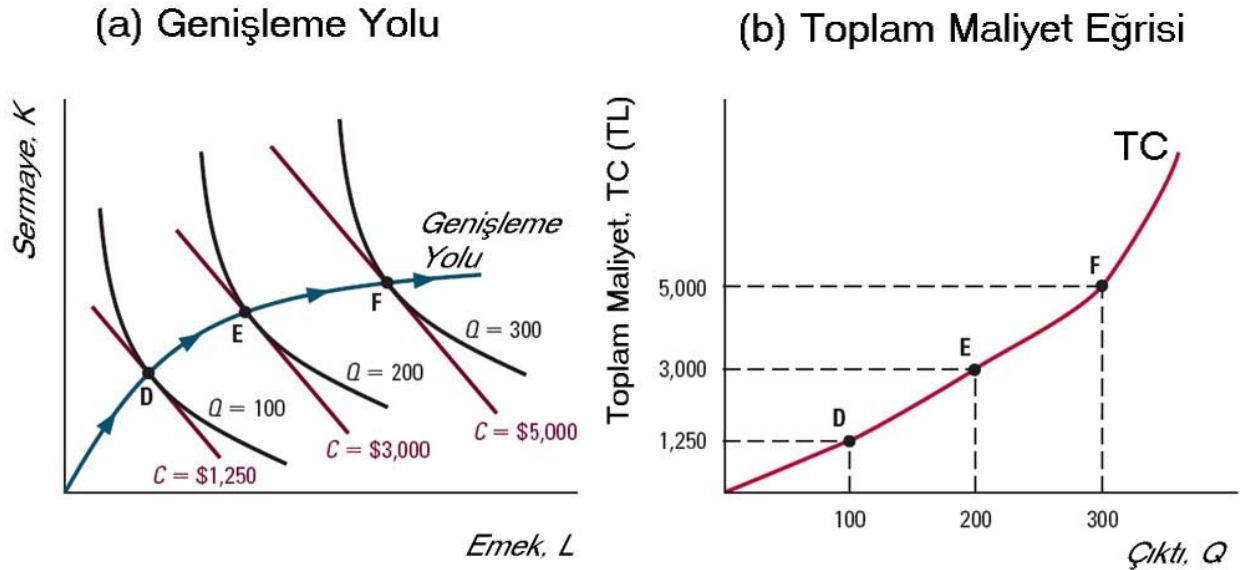
$$\frac{MP_L}{w} > \frac{MP_K}{r},$$

- Bu nokta denge noktası değildir.
- Çünkü bu durumda firmalar, daha çok emek ve daha az sermaye kullanarak toplam maliyeti düşürebilirler.

Genişleme Yolu Her bir çıktı düzeyi için maliyetleri minimize eden emek ve sermaye bileşimlerinin yeri.



Şekil 17 Genişleme Yolu



Uzun Dönem Toplam Maliyet Eğrisi (LRTC)

EK 1. Cobb-Douglas Üretim Fonksiyonu

İktisat biliminde çok sıklıkla kullanılan Cobb-Douglas üretim fonksiyonunun genel biçimi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$Q = F(L, K) = AL^\alpha K^\beta$$

Burada:

- A parametresi firmanın *genel verimlilik* düzeyini göstermektedir.
- α ve β parametreleri ise emek ve sermayenin *görelî verimliliklerini* etkilemektedir:

$$MP_L = \alpha AL^{\alpha-1} K^\beta$$

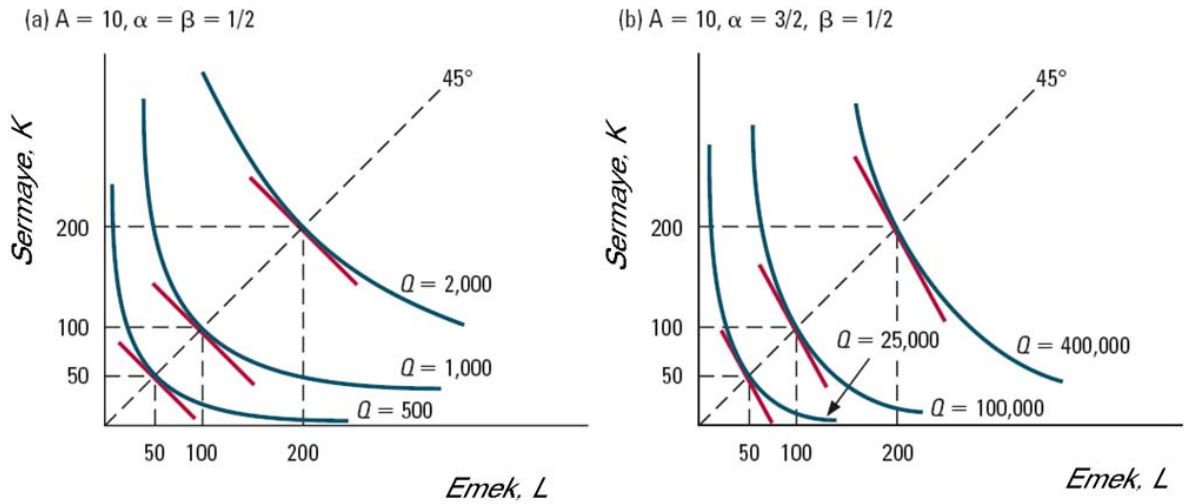
$$MP_K = \beta AL^\alpha K^{\beta-1}$$

- Cobb-Douglas üretim fonksiyonunun öngördüğü eşürün eğrileri *ikizkenar hiperbol* şeklindedir.
- Girdiler arasındaki ikame (*marjinal teknik ikame oranı*, MRTS):

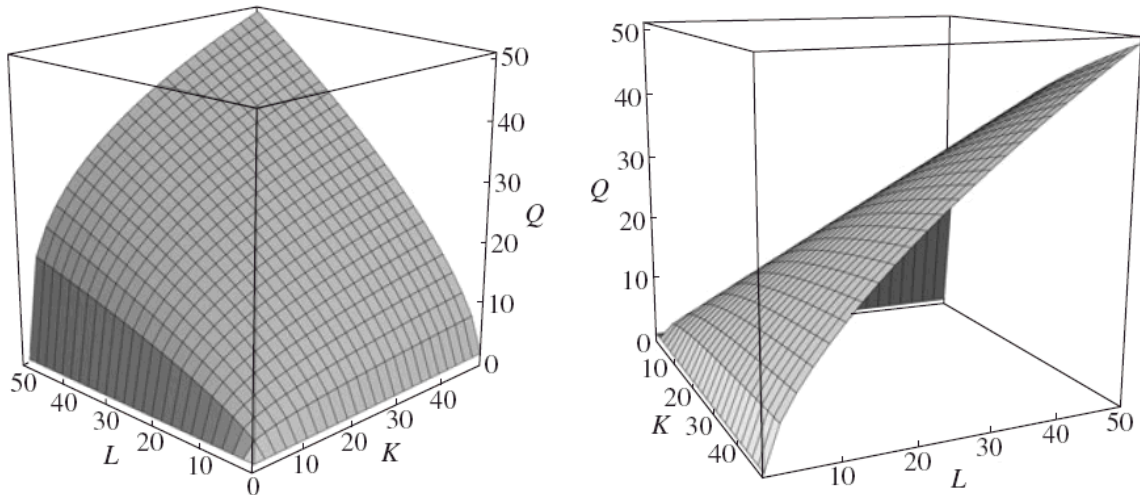
$$MRTS_{LK} = \left(\frac{\alpha}{\beta} \right) \left(\frac{K}{L} \right)$$

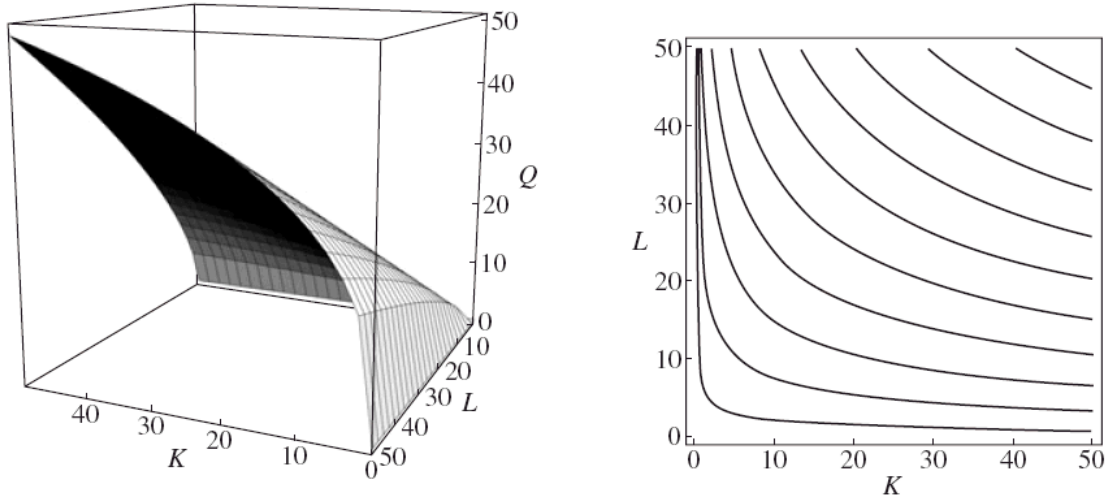
- Örneğin, $Q = F(L, K) = 10K^{1/2}L^{1/2}$ şeklinde verilsin.

$$MRTS (L \text{ for } K) = \frac{f_L}{f_K} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\beta L^{-0.5} K^{0.5}}{\beta L^{0.5} K^{-0.5}} = \frac{K}{L}$$



Aşağıda $Q = F(L, K) = 10K^{1/3}L^{2/3}$ şeklindeki bir Cobb-Douglas üretim fonksiyonunun (üretim tepesinin) 3-boyutlu çizimleri ve bu fonksiyona karşılık gelen eşürün eğrileri verilmiştir.

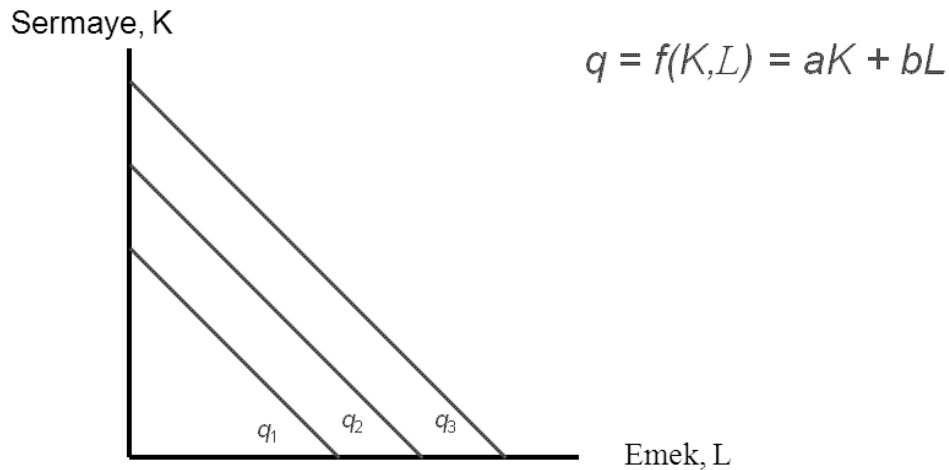




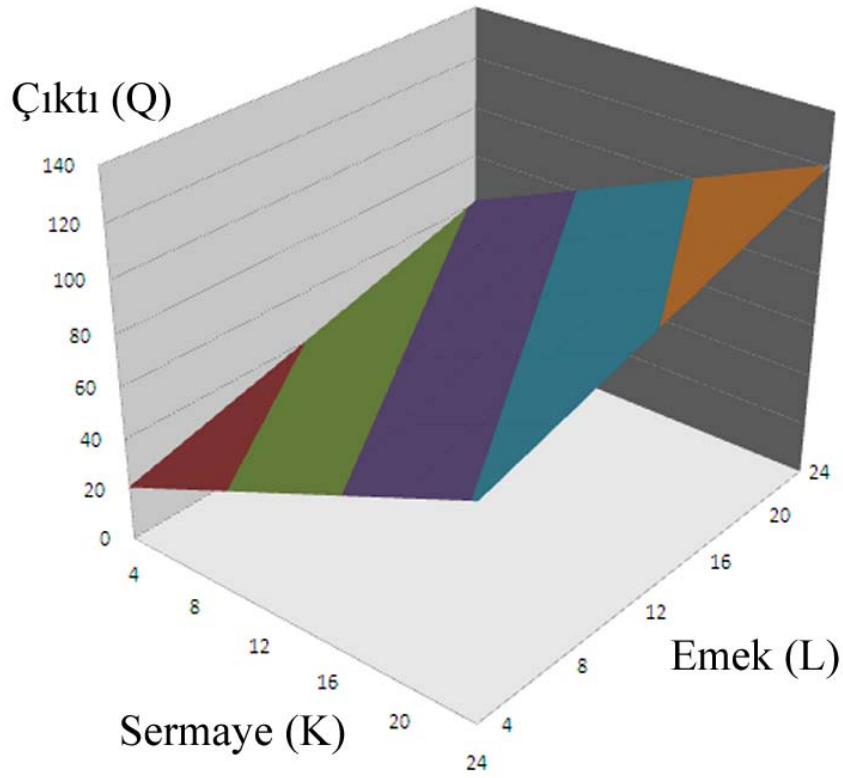
Cobb-Douglas üretim fonksiyonunun 4 açıdan görünümü $Q = K^{0.33}L^{0.67}$. Üst sol: fonksiyona orijin noktasından bakış; üst sağ ve alt sol: fonksiyona iki taraftan bakış; alt sağ: yukarıdan eşürün eğrilerine bakış.

EK 2. Eşürün Eğrileri için Özel Durumlar

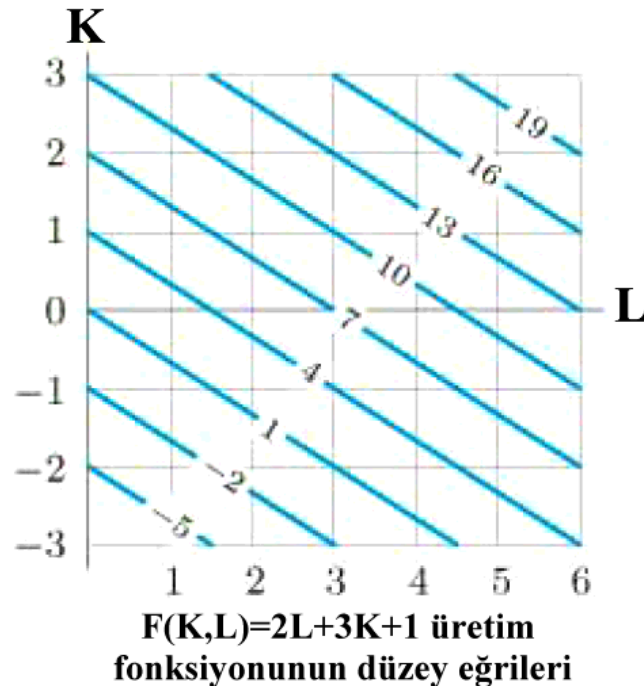
Sermaye ve Emek Tam İkamedir.
MRTS sabittir.



Şekil 18a Doğru Şeklindeki Eşürün Eğrisi (Tam İkame Üretim Faktörleri)

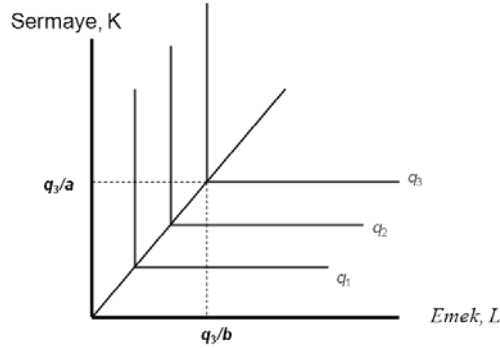


Şekil 18b Tam İkame Üretim Fonksiyonu

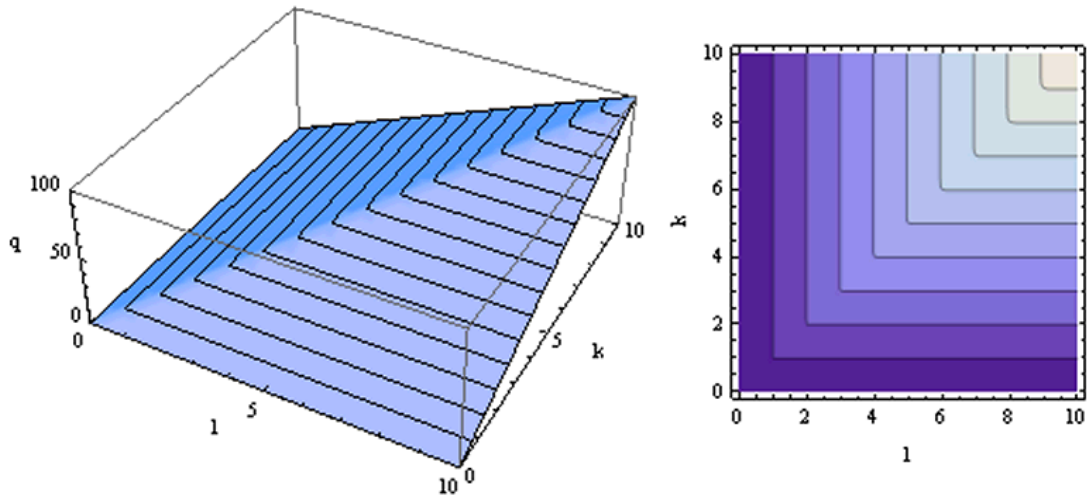


Şekil 18c Tam İkame Üretim Fonksiyonu Düzey Eğrileri

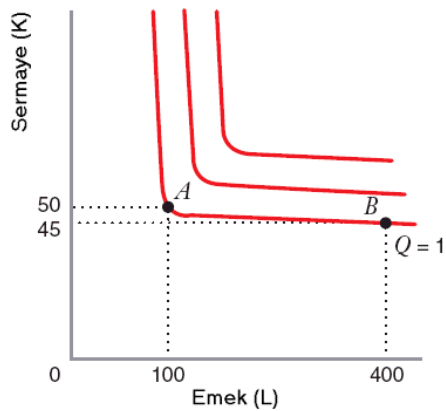
Sermaye ve Emek arasında herhangi bir ikame olası değildir
 $q = \min(aK, bL)$ $a, b > 0$



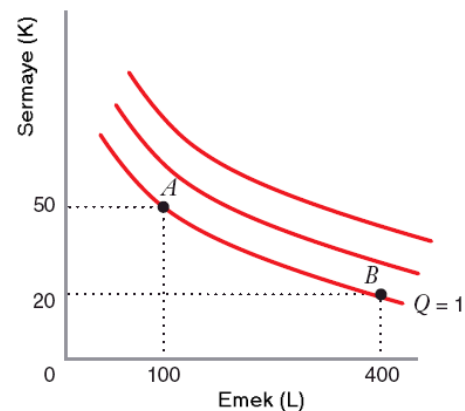
Şekil 19a Leontief Eşürün Eğrisi
(Tam Tamamlayıcı Üretim Faktörleri)



Şekil 19b Leontief Üretim Fonksiyonu



(A) Girdiler arası ikamenin sınırlı (az) olduğu durum



(B) Girdiler arası ikamenin çok olduğu durum

EK 3. Tüketici ve Üretici Teorisi Benzerlikleri

Tüketici Teorisi	Üretici Teorisi
Bütçe Doğrusu	Eşmaliyet Doğrusu
Fayda Fonksiyonu (Fayda Tepesi)	Üretim Fonksiyonu (Üretim Tepesi)
Marjinal Fayda (Fayda Fonksiyonunun X ve Y'ye göre kısmi türevleri)	Marginal Ürün (Üretim Fonksiyonunun K ve L'ye göre kısmi türevleri)
Azalan Marjinal Fayda Kanunu (Marjinal Fayda fonksiyonları azalan fonksiyonlardır)	Azalan Verimler Kanunu (Marjinal Ürün fonksiyonları azalan fonksiyonlardır)
Kayıtsızlık Eğrisi (Fayda Fonksiyonunun düzey eğrisi)	Eşürün Eğrisi (Üretim Fonksiyonunun düzey eğrisi)
Kayıtsızlık Paftası (Kayıtsızlık Eğrileri asla kesişmezler)	Eşürün Paftası (Eşürün eğrileri asla kesişmezler)
Kayıtsızlık eğrisinin eğiminin mutlak değerine, $\left \frac{dY}{dX} \right $, <u>Marjinal İkame Oranı</u> (MRS) denir ($MRS = \frac{MU_X}{MU_Y}$)	Eşürün eğrisinin eğiminin mutlak değerine, $\left \frac{dK}{dL} \right $, <u>Marjinal Teknik İkame Oranı</u> (MRTS) denir ($MRTS = \frac{MP_L}{MP_K}$).
Fayda Ençoklaştırma Kuralını: $\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y}$	Maliyeti Minimize Etme Koşulu: $\frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r}$
Gelir Tüketim Eğrisi	Genişleme Yolu